

А.П. Стахов, С.Х. Арансон

Преобразования Фибоначчи-Лоренца и «золотая» интерпретация специальной теории относительности на четырёхмерном торе (замкнутая модель)

Все существующие теории описывают всего лишь модель реальности, а не саму реальность

Г.И.Шипов

Аннотация

Статья является развитием предыдущих работ авторов, в которых на основе симметричных гиперболических функций Фибоначчи и «золотых» матриц введены преобразования Фибоначчи-Лоренца и дана «золотая» интерпретация специальной теории относительности для случая открытой модели пространства - времени.

Отличительная особенность настоящей статьи состоит в том, что рассматриваются замкнутые модели пространства- времени на четырехмерном торе.

Статья посвящена исследованию арифметических свойств преобразований Фибоначчи-Лоренца и «золотой» интерпретации специальной теории относительности на четырёхмерном торе (замкнутая модель пространства- времени), что связано с одной из основных задач современной Космологии - конечна или бесконечна наша Вселенная, является ли она открытым или замкнутым многообразием.

Оглавление

Введение

Часть 1. Открытые модели пространства -времени

- 1.1. Преобразования Лоренца и классическая специальная теория относительности в четырёхмерном пространстве-времени.
- 1.2. Преобразования Фибоначчи-Лоренца в четырёхмерном пространстве-времени.

Часть 2. Замкнутые модели пространства -времени

- 2.1. Преобразования Лоренца на четырёхмерном торе
 - 2.1.1. Алгебраическое представление n -мерного тора T^n в виде n -мерной гиперповерхности в евклидовом пространстве R^{2n} .
 - 2.1.2. Естественное представление n -мерного тора T^n в виде факторпространства n -мерной универсальной накрывающей R^n по группе накрытия G .
 - 2.1.3. Арифметические свойства допустимых параметров (c_0, v) преобразований Лоренца на четырёхмерном торе T^4
 - 2.1.4. Алгоритм получения полного спектра относительных лоренцевых скоростей v для допустимого значения скорости света c_0 в вакууме для преобразований Лоренца на T^4
- 2.2. Преобразования Фибоначчи-Лоренца на четырёхмерном торе
 - 2.2.1. Краткое резюме результатов для преобразований Фибоначчи-Лоренца (открытая модель)
 - 2.2.2. Арифметические свойства допустимых параметров $(c_{фиб}, w_{фиб})$ для преобразований Фибоначчи-Лоренца на T^4

Заключение

Дополнение 1. Релятивистская динамика «золотой» интерпретации специальной теории относительности

Дополнение 2. Релятивистская динамика классической СТО при продолжении угла гиперболического поворота θ в комплексную область

Дополнение 3. Физические свойства тёмного периода материальной Вселенной. Современный взгляд

Литература

Введение

Статья посвящена исследованию арифметических свойств преобразований Фибоначчи-Лоренца и «золотой» интерпретации специальной теории относительности на четырёхмерном торе (замкнутая модель пространства-времени), что связано с одной из основных задач современной Космологии-конечна или бесконечна наша Вселенная¹, является ли она открытым или замкнутым многообразием.²

Если пространство-время для Вселенной является открытым многообразием, гомеоморфным n -мерному евклидову пространству $R^n (n \geq 2)$ ³, то будем говорить об открытой модели пространства-времени, а если пространство-время для Вселенной является замкнутым многообразием, являющимся n -мерным тором $T^n (n \geq 2)$, то будем говорить о замкнутой модели пространства-времени.

Перечислим открытые и замкнутые модели пространства-времени.

Открытые модели пространства-времени.

1. Открытая модель четырёхмерного пространства-времени, основанная на преобразованиях Лоренца⁴, была использована Альбертом Эйнштейном в 1905 году в связи с созданием им специальной теории относительности (СТО). Эта теория означала пересмотр всех представлений классической физики.

¹ Вселенная обычно определяется как совокупность всего, что существует физически. Это совокупность пространства и времени, всех форм материи и антиматерии, физических законов и констант, которые управляют ими. Понятие пространства и времени дано в статье [6]. Приведём выдержку из этой статьи. «Пространство - это то, что выражает устойчивость существования различных явлений и объектов в мире, а время - то, что характеризует их взаимодвижение, изменимость. Кратко говоря, пространство и время - это структура сосуществования и изменения всего материального в мире». К последней фразе «...всего материального» можно добавить также слова «...и всего, состоящего из антиматерии, то есть материи, состоящей из античастиц (антивещества)». Такая трактовка пространства-времени позволяет говорить о возможной многомерности как времени, так и пространства.

² Определения n -мерного открытого многообразия и n -мерного замкнутого многообразия, обобщающие понятия открытой или замкнутой поверхности, читатель может найти, например в книгах [5] (стр. 107), [14] (стр.409), [24] (стр.129). Мы не станем утомлять читателя этими определениями, так как в данной статье мы будем иметь дело с конкретными многообразиями: окружностями, торами, евклидовыми пространствами, пространствами Минковского, комплексными пространствами и так далее, понятия о которых будут даны ниже в тексте.

³ Два многообразия A и B называются гомеоморфными, если существует взаимно-однозначное и взаимно-непрерывное отображение φ многообразия A на многообразии B .

⁴ Преобразования Лоренца были впервые опубликованы в 1904 г., но в то время их форма была несовершенна. К современному, полностью самосогласованному виду их привёл французский математик Анри Пуанкаре (1854-1912). По этому поводу В.И. Арнольд в [4] пишет: «Релятивистские преобразования Лоренца никогда великим физиком Лоренцем не рассматривались: он поставил вопрос о группе преобразований симметрии уравнений электродинамики Максвелла, но решил его неверно, указав совсем не те преобразования, которые сейчас называют его именем. Пуанкаре, излагая эту ошибочную работу Лоренца в своих лекциях, нашел правильные преобразования, а при публикации этих своих результатов назвал их «преобразованиями Лоренца», и это название сохранилось до сих пор».

В своей основополагающей статье «К электродинамике движущихся сред»[30] он предложил два постулата: **принцип относительности** и **постоянство скорости света в вакууме**. Из них выводятся лоренцево сокращение, формулы **преобразования Лоренца**, относительность одновременности, ненужность эфира, новая формула суммирования скоростей, возрастание инерции со скоростью и т. д. В последующих работах появилась и формула $E_0 = m_0 \cdot c_0^2$, где m_0 -масса покоя, c_0 -скорость света в вакууме, E_0 -энергия покоя.

Более подробно с различными аспектами классической СТО для четырёхмерного пространства–времени (**открытая модель**) читатель может ознакомиться в работах [14],[16],[18],[21].

2. В работах [25],[26],[35] рассматривается **открытая модель двумерного пространства-времени** с использованием введённых авторами так называемых **преобразований Фибоначчи-Лоренца**, основанных на **симметричных функциях Фибоначчи** [36] и «золотых»матрицах [34]. Это позволило авторам интерпретировать эволюцию Вселенной с момента «**Большого взрыва**» в зависимости от **параметра самоорганизации**, согласованную с современными космологическими теориями для **открытой Вселенной**.

3. Что же касается других возможных строений **открытой Вселенной**, то отсылаем читателя к статье [19], в которой дискутируется вопрос о том, может ли четырёхмерное **пространство-время** являться **прямым произведением** трёхмерной сферы S^3 на прямую R^1 или трёхмерного тора T^3 на прямую R^1 , где трёхмерная сфера S^3 или трёхмерный тор T^3 соответствуют пространственным координатам (x_1, x_2, x_3) , а прямая R^1 –временной координате t . В этих моделях **пространства S^3 или T^3 являются замкнутыми трёхмерными многообразиями, а ось времени R^1 (прямая)-открытым одномерным многообразием.**⁵

4. Отметим также важные работы [37]-[39], в которых впервые введена оригинальная функция и геометрическая форма «**Золотого Шофара**», основанная на **симметричных гиперболических функциях Фибоначчи**. По своей геометрической форме эта функция напоминает рог и **пространственно-временную форму открытой расширяющейся Вселенной**. Более подробно о возможной «**шофароподобной**» геометрии Вселенной можно ознакомиться в книге [27] (с.180-183), в которой также приведены ссылки на теоретические и экспериментальные работы в этой области.

Замкнутые модели пространства -времени

1. Решение этой проблемы , когда **пространство-время** является **двумерным тором T^2** в ситуации для классической СТО с использованием **преобразований Лоренца (замкнутая модель для классической СТО)**, рассматривался в работах [1],[31],[32]. В этих работах для **преобразований Лоренца** на **двумерном торе T^2** полностью проанализированы возможные значения параметров c_0, v (c_0 - **скорость света в вакууме**, v - **относительная лоренцева скорость**). Аналогичные результаты получаются и для **преобразований Лоренца на четырёхмерном торе T^4** .

2. Новые результаты, полученные ниже в данной статье , согласуются с современными взглядами на рождение после «**Большого взрыва**» бесконечного множества **материальных Вселенных** и **чёрных дыр** (по этому поводу смотрите , например, работы [17],[19]). Эта новая ситуация возникает в том случае, когда на

⁵ **Прямое произведение $A \times B$ множеств A и B** называется множеством всех упорядоченных пар (x, y) таких, что $x \in A$ и $y \in B$. **Примеры:** $R^1 \times R^1 = R^2$ -плоскость , $S^1 \times R^1 = U^2$ –цилиндр, $S^1 \times S^1 = T^2$ -двумерный тор, $S^1 \times S^1 \times S^1 = T^3$ - трёхмерный тор, $S^1 \times S^1 \times S^1 \times S^1 = T^4$ -четырёхмерный тор, $C^n \times R^m - (n+m)$ – мерное комплексно-вещественное пространство, где C^n – n -мерное комплексное пространство (см. [9],[22],[29]) , R^m - m -мерное вещественное пространство , S^1 -окружность, R^1 -прямая и так далее. Хорошее пособие по геометрии поверхностей читатель может найти в книге [13].

четырёхмерном торе T^4 преобразования Лоренца классической СТО заменяются **четырёхмерными преобразованиями Фибоначчи-Лоренца**.

Перейдём к детальному изложению полученных результатов. Для более удобного восприятия текста, мы расположили цитируемую литературу в алфавитном порядке.

Часть 1. Открытые модели пространства -времени

1.1. Преобразования Лоренца и классическая специальная теория относительности в четырёхмерном пространстве-времени

В матричном виде **четырёхмерные преобразования Лоренца**, используемые в классической СТО, в случае коллинеарных осей записываются в различных видах [14], [16],[18],[21].

Мы воспользуемся следующим видом этих преобразований, которые назовём **приведёнными четырёхмерными преобразованиями Лоренца**:

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch(\theta) & -\frac{1}{c_0} \bullet sh(\theta) & 0 & 0 \\ -c_0 \bullet sh(\theta) & ch(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (1.1)$$

где

$$\left\{ \begin{array}{l} m \stackrel{def}{=} ch(\theta) = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c_0)^2}}, p \stackrel{def}{=} \frac{1}{c_0} \bullet sh(\theta) = \frac{v}{c_0^2 \sqrt{1-(v/c_0)^2}}, n \stackrel{def}{=} c_0 \bullet sh(\theta) = \frac{v}{\sqrt{1-(v/c_0)^2}}, \\ th(\theta) = \frac{v}{c_0}, m^2 - n \bullet p = 1, m \geq 1, \text{sign}(n) = \text{sign}(p).^6 \end{array} \right. \quad (1.2)$$

Здесь безразмерная величина θ ($-\infty < \theta < +\infty$) называется **углом гиперболического поворота**, $sh(\theta) = \frac{e^\theta - e^{-\theta}}{2}$ -гиперболический синус, $ch(\theta) = \frac{e^\theta + e^{-\theta}}{2}$ -гиперболический косинус, $th(\theta) = \frac{e^\theta - e^{-\theta}}{e^\theta + e^{-\theta}}$ -гиперболический тангенс, $e = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \approx 2.71828$ -число

Непера, t - временная координата, (x, y, z) -пространственные координаты, $c_0 = \sqrt{\frac{n}{p}}$ -

эйнштейновская скорость света в вакууме,⁷ $v = c_0 \bullet th(\theta) = \frac{n}{m}$ - равномерная скорость

движения инерциальной системы отсчёта $K' = (t', x', y', z')$ вдоль оси x -ов относительно инерциальной системы отсчёта $K = (t, x, y, z)$. Назовём v **относительной лоренцевой скоростью**.

В четырёхмерном пространстве-времени (t, x, y, z) вводится **метрика**

⁶ В (1.2) условие $\text{sign}(n) = \text{sign}(p)$ означает, что выполняется следующая альтернатива: а₁) если оба числа n , p **не равны нулю**, тогда они одновременно либо положительны, либо отрицательны; а₂) если хотя бы одно из этих чисел равно нулю, то и другое число автоматически равно нулю, то есть в этом подслучае оба вещественных числа n , p **равны нулю**.

⁷ В классической специальной теории относительности (СТО) в системе единиц СИ для нашей Вселенной константа c_0 считается равной эйнштейновской скорости света в вакууме $c_0 = c_{\text{эйн}} \approx 3 \bullet 10^8$ [м.сек⁻¹]

Минковского⁸

$$(ds)^2 = c_0^2(dt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2, \quad (1.3)$$

инвариантная относительно преобразований (1.1), где ds –элемент дуги.

Поэтому пространство -время (t, x, y, z) с введённым в нём метрикой (1.3)обычно называется **четырёхмерным пространством Минковского**. Это пространство гомеоморфно **четырёхмерному евклидовому пространству** $R^4=(t,x,y,z)$ с введённым в нём евклидовой метрикой

$$(ds)^2 = (dt)^2 + (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2. \quad (1.4)$$

1.2. Преобразования Фибоначчи-Лоренца в четырёхмерном пространстве-времени

В последние годы ряд ученых в области космологии выдвинули гипотезу, согласно которой для **наблюдаемой материальной Вселенной** ставится под сомнение постоянство скорости света. По мнению группы учёных, возглавляемых физиком-теоретиком **Полом Дэвисом (Paul Davis)** из Университета Маскуэ в Сиднее, скорость света в вакууме c_0 меняется. Согласно новой гипотезе, значение величины c_0 скорости света в вакууме, которое сейчас считается постоянным параметром, с увеличением возраста Вселенной уменьшается.

Новая гипотеза базируется на информации, собранной астрономом **Джоном Веббом (John Webb)**. Он обнаружил, что характеристики света от квазара, удалённого от Земли приблизительно на 3,7 миллиона парсеков, не соответствуют ожидаемым. Как отмечают астрофизики, из этого наблюдения возможны два вывода – либо о непостоянстве скорости света, либо о переменной величине заряда электрона. Однако последнее предполагает нарушение принципа неуменьшения энтропии, т.е. второго начала термодинамики. Поэтому учёные сделали заключение, что для нашей наблюдаемой **материальной Вселенной** скорость света в вакууме c_0 с увеличением времени уменьшается.

В [25],[26],[35] **Алексей Стахов** и **Самуил Арансон** ввели новый класс преобразований, названных **двумерными преобразованиями Фибоначчи-Лоренца** и являющихся обобщением **двумерных преобразований Лоренца**, используемых в СТО.

Замечание. Поскольку **четырёхмерные преобразования Лоренца** и их различные модификации, например вида (1.1), по двум последним пространственным переменным, являются **тождественными**, то-есть $y' \equiv y, z' \equiv z$, то все дальнейшие результаты *автоматически переносятся* как для открытых моделей, так и для замкнутых моделей с **двумерными преобразованиями Лоренца** на **четырёхмерные преобразования преобразования Лоренца**.

Это справедливо также и для рассматриваемых далее (если не оговорено отдельно) **четырёхмерных (вещественных, а также комплексно-вещественных) приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца** и их модификаций в случае, если известен соответствующий результат для **двумерных (вещественных, соответственно, комплексно-вещественных) преобразований Фибоначчи-Лоренца**. В [25],[26],[35] мы заменяли **угол гиперболического поворота θ** в преобразовании (1.1) на **угол фибоначчиевого поворота ψ** , который мы называли также **параметром самоорганизации**. Для этого при всех $\psi \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ мы связывали θ и ψ соотношениями

⁸ **Герман Минковский** (1864-1909)-немецкий математики и физик, внёсший значительный вклад в теорию чисел, геометрию, топологию, физику и другие разделы естествознания.

$$\left\{ \begin{array}{l} m = ch(\theta) = cFs(\psi - 1), \quad p = \frac{1}{C_0} \bullet sh(\theta) = \frac{1}{C_0} \bullet \bar{c}(\psi) \bullet sFs(\psi - 2), \\ n = C_0 \bullet sh(\theta) = C_0 \bullet \frac{sFs(\psi)}{c(\psi)}, \end{array} \right. \quad (1.5)$$

а при $\psi \in (0;2)$ доопределяли соотношениями

$$m = cFs(\psi - 1), \quad p = \frac{1}{C_0} \bullet \bar{c}(\psi) \bullet sFs(\psi - 2), \quad n = C_0 \bullet \frac{sFs(\psi)}{c(\psi)}. \quad (1.6)$$

Назовём величину m в соотношениях (1.5), (1.6) **параметром стратификации.**⁹

Отметим, что в (1.5) величины m, p, n – **вещественные**, $m^2 - n \bullet p = 1$, $1 < m < +\infty$,

$\text{sign}(n) = \text{sign}(p)$, а в (1.6) m – **вещественные** ($\frac{2}{\sqrt{5}} < m < 1$), а n, p – **чисто мнимые**, при этом

$m^2 - n \bullet p = 1$. Здесь c_0 – **скорость света в вакууме для преобразований Лоренца (1.1);**

$sFs(\psi) = \frac{\Phi^\psi - \Phi^{-\psi}}{\sqrt{5}}$ – **симметричный гиперболический синус Фибоначчи** (безразмерная

величина); $cFs(\psi) = \frac{\Phi^\psi + \Phi^{-\psi}}{\sqrt{5}}$ – **симметричный гиперболический косинус Фибоначчи**

(безразмерная величина), $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.61803$ – **золотое сечение** (безразмерная величина);

$\bar{c}(\psi) = \sqrt{\frac{sFs(\psi)}{sFs(\psi - 2)}}$ – **нормированная фибоначчиевая скорость света в вакууме**

(безразмерная величина). Функция $\bar{c}(\psi)$ при $\psi \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ является **вещественной**.

При $\psi \in (0; 2)$ функция $\bar{c}(\psi)$ является **чисто мнимой**.

Из (1.5) для $m = ch(\theta) = cFs(\psi - 1)$ при $\psi \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ и из (1.6) для $m = cFs(\psi - 1)$ при $\psi \in (0; 2)$ получаем, что в зависимости от параметра m функции $\psi = \psi(m), \theta = \theta(m)$ можно задать в следующем в **параметрическом виде** (см. также **рисунок 1**):

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi(m) = 1 + \frac{1}{\ln[\Phi]} \bullet \ln \left[\frac{\sqrt{5} \bullet m + \sigma \bullet \sqrt{5 \bullet m^2 - 4}}{2} \right], \text{ где } \frac{2}{\sqrt{5}} \leq m < +\infty, \sigma = \pm 1; \\ \end{array} \right. \quad (1.7)$$

⁹ «Стратификация» (stratification) означает расслоение (разделение) некоторого процесса на основании определённого признака. Как будет показано в дальнейшем, с помощью параметра m удаётся вместо нулевого значения $\theta = 0$ угла **гиперболического поворота** θ после перехода к параметру **самоорганизации** ψ «**вклеить планку**» – целый интервал $0 < \psi < 2$ (см. **рисунки 1-3**). Это позволило авторам в [25],[26],[35] на основании ведённого ими признака – **нормированной фибоначчиевой скорости света** $\bar{c}(\psi)$, интерпретировать эволюцию Вселенной, начиная с «**Большого взрыва**» (см. **рисунок 4**). Сам же интервал $0 < \psi < 2$ при такой интерпретации соответствует **периоду релаксации**, то есть **переходному периоду (тёмным векам)**, после которого наступает **период стабилизации** и выход на **устойчивый режим (светлые века)**. Такой подход известен в теории оптимального управления и качественной теории дифференциальных уравнений. В частности, такой подход с «**вклеиванием планки**» был применён **Самуилом Арансоном** в его докторской диссертации [2] (см. также монографию [33]) для доказательства **нетипичности** векторных полей **первой степени негрубости** («грубых» во множестве негрубых) в пространстве всех **негрубых** векторных полей, заданных на замкнутых поверхностях. В работах [2],[33] **функция последования** на **глобальной секущей** имеет вид, аналогичный **рисунок 3**. Что же касается настоящей статьи, то стратификация стала возможной благодаря наличию в знаменателе у **симметричных гиперболических функций Фибоначчи**, введённых **Алексеем Стаховым** и **Борисом Розиным** в [36] числа $\sqrt{5}$, а не числа 2, как это было, например, в работах **Олега Боднара** [7],[8] и который в дальнейшем при классификации явления **филотаксиса** вынужден был отказаться от своих функций и перейти к симметричным гиперболическим функциям Фибоначчи, введённым в [36].

$\theta(m) = \ln[m + \sigma \cdot \sqrt{m^2 - 1}]$, где $1 \leq m < +\infty$, $\sigma = \pm 1$.

На рисунке 1 график функции $\psi = \psi(m)$ изображён **синим** (при $\sigma = +1$) и **розовым** (при $\sigma = -1$) цветом, а график функции $\theta = \theta(m)$ - **жёлтым** (при $\sigma = +1$) и **зелёным** (при $\sigma = -1$) цветом.

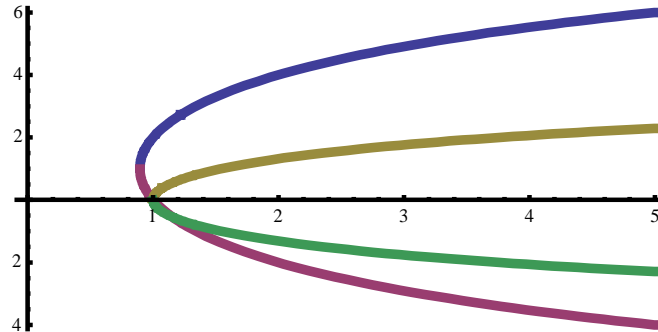


Рисунок 1. Ось абцисс: m . Ось ординат: $\psi(m), \theta(m)$.

Если исключить из (1.7) параметр m , то получаем **явную запись** функций $\psi = \psi(\theta)$ и $\theta = \theta(\psi)$ (см. рисунки 2 и 3). Тогда имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi = \psi(\theta) = 1 + \frac{1}{\ln[\Phi]} \cdot \ln\left[\frac{\sqrt{5} \cdot \text{ch}(\theta) + \sigma \cdot \sqrt{5 \cdot [\text{ch}(\theta)]^2 - 4}}{2} \right], \sigma = \text{sign}(\theta); \\ \theta = \theta(\psi) = \ln[\text{cFs}(\psi - 1) + \sigma \cdot \sqrt{[\text{cFs}(\psi - 1)]^2 - 1}], \sigma = \text{sign}(\psi). \end{array} \right. \quad (1.8)$$

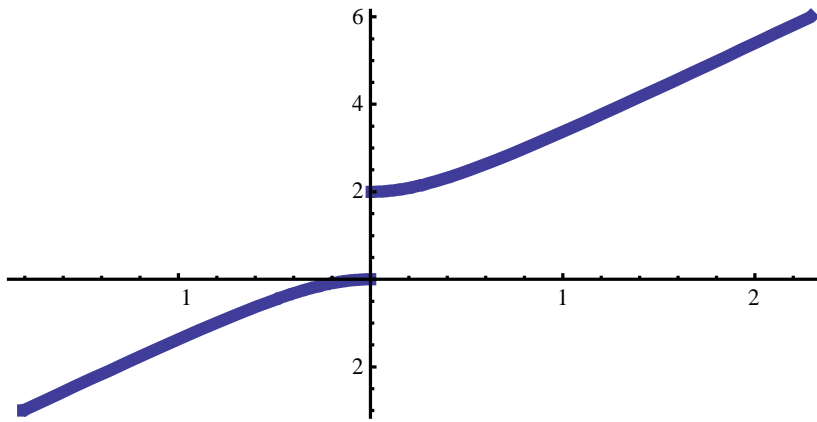


Рисунок 2. Ось абцисс: θ . Ось ординат: $\psi(\theta)$.

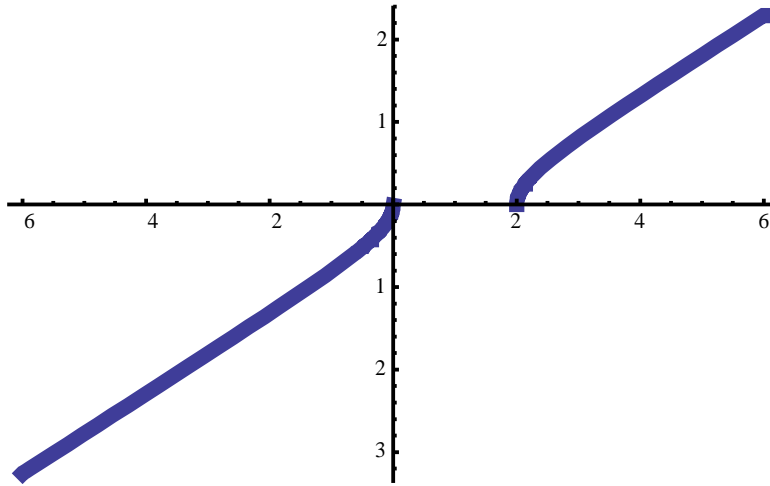


Рисунок 3. Ось абсцисс: ψ . Ось ординат: $\theta(\psi)$.

Важным свойством параметра самоорганизации ψ является тот факт, что при достаточно больших значениях угла гиперболического поворота θ параметр самоорганизации $\psi \approx \frac{1}{\ln[\Phi]} \cdot \theta$. Это следует из того, что при $\theta \rightarrow +\infty$ функция $\psi = \psi(\theta)$ имеет асимптоту $\psi = \frac{1}{\ln[\Phi]} \cdot \theta$. Обратно, при достаточно больших значениях параметра самоорганизации ψ угол гиперболического поворота $\theta \approx \ln[\Phi] \cdot \psi$. Например, если $\psi = 137$ («Вселенская константа»), то $\theta \approx \ln[\Phi] \cdot 137 = 65.93$ а подсчёт по точной формуле (1.8) в этом случае даёт (с точностью до четырёх знаков) величину $\theta = 65.33$.

В [25],[26],[35] мы вводили также следующие функции: $\bar{w}(\psi) = \frac{sFs(\psi)}{cFs(\psi-1)}$ -

нормированную относительную фибоначчиевую скорость (безразмерная величина). Эта

функция определена при всех $\psi \in (-\infty; +\infty)$ и является вещественной; $C_{фиб}(\psi) = \frac{C_0}{\Phi} \cdot \bar{c}(\psi)$ -

фибоначчиевую скорость света в вакууме. При $\psi \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ она вещественная, а

при $\psi \in (0; 2)$ - чисто мнимая; $W_{фиб}(\psi) = \frac{C_0}{\Phi} \cdot \bar{w}(\psi)$ - относительную фибоначчиевую

скорость. При всех $\psi \in (-\infty; +\infty)$ она является вещественной.

Непосредственной проверкой убеждаемся, что

$$\lim_{\psi \rightarrow +\infty} \bar{c}(\psi) = \Phi, \quad \lim_{\psi \rightarrow -\infty} \bar{c}(\psi) = \frac{C_0}{\Phi}, \quad \lim_{\psi \rightarrow +\infty} \bar{w}(\psi) = \Phi, \quad \lim_{\psi \rightarrow -\infty} \bar{w}(\psi) = -\frac{C_0}{\Phi}, \quad (1.9)$$

откуда

$$\lim_{\psi \rightarrow +\infty} C_{фиб}(\psi) = C_0, \quad \lim_{\psi \rightarrow -\infty} C_{фиб}(\psi) = \frac{C_0}{\Phi^2}, \quad \lim_{\psi \rightarrow +\infty} W_{фиб}(\psi) = C_0, \quad \lim_{\psi \rightarrow -\infty} W_{фиб}(\psi) = -\frac{C_0}{\Phi^2}. \quad (1.10)$$

Подставим (1.5) и (1.6) в (1.1), тогда получим преобразования, которые назовём приведёнными четырёхмерными преобразованиями Фибоначчи-Лоренца :

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cFs(\psi-1) & -\frac{1}{C_0} \cdot \bar{c}(\psi) sFs(\psi-2) & 0 & 0 \\ -C_0 \cdot \frac{sFs(\psi)}{\bar{c}(\psi)} & cFs(\psi-1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

Эти преобразования при всех $\psi \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ являются **четырёхмерными вещественными**, а при $\psi \in (0; 2)$ - **четырёхмерными комплексно-вещественными**, или, в последнем случае, при выделении действительной и мнимой частей- **вещественными шестимерными**. Это связано с тем, что при всех $\psi \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ функция

$\bar{c}(\psi) = \sqrt{\frac{sFs(\psi)}{sFs(\psi-2)}}$ является **вещественной**, а при $\psi \in (0; 2)$ - **чисто мнимой**, так как в

последнем случае подкоренное выражение у функции $\bar{c}(\psi)$ отрицательное и, следовательно, при $\psi \in (0; 2)$ получаем $\bar{c}(\psi) = i \cdot \sqrt{\left| \frac{sFs(\psi)}{sFs(\psi-2)} \right|}$, где $i = \sqrt{-1}$ - мнимая

единица. Положим при $\psi \in (0; 2)$ величины $t = \text{Re}(t) + i \cdot \text{Im}(t)$, $t' = \text{Re}(t') + i \cdot \text{Im}(t')$, $x = \text{Re}(x) + i \cdot \text{Im}(x)$, $x' = \text{Re}(x') + i \cdot \text{Im}(x')$ и сохраним **вещественными** величины $y' = y$, $z' = z$. Если подставить эти величины в (1.11) и выделить действительные и мнимые части, тогда при $\psi \in (0; 2)$ получим **вещественное приведённое шестимерное преобразование Фибоначчи-Лоренца**, действующее в **шестимерном вещественном пространстве** с координатами $(\text{Re}(t), \text{Im}(t), \text{Re}(x), \text{Im}(x), y, z)$. Авторы предоставляют читателю самому выписать при $\psi \in (0; 2)$ это шестимерное преобразование. С теорией комплексных переменных можно ознакомиться в работах [9],[22],[29].

С математической точки зрения **приведённые преобразования Фибоначчи – Лоренца** (1.11), учитывающие **тёмные века (тёмный период)** эволюции Вселенной, являются **расширениями приведённых преобразований Лоренца** (1.1).

На **рисунке 4** изображены графики функций $\bar{c} = \bar{c}(\psi)$ и $\bar{w} = \bar{w}(\psi)$ при $-\infty < \psi < +\infty$.

Синим цветом изображён график $\bar{c} = \bar{c}(\psi)$, а розовым цветом – график $\bar{w} = \bar{w}(\psi)$.

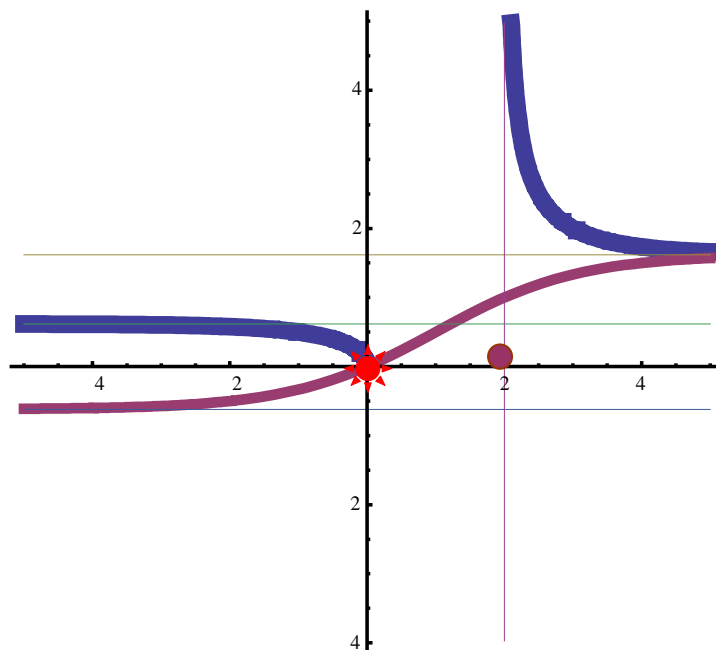




Рисунок 4. Ось абсцисс: ψ . Ось ординат: $\bar{c}(\psi), \bar{w}(\psi)$.

В данной статье для функций $\bar{c}(\psi)$, $\bar{w}(\psi)$ мы ограничимся лишь **физической интерпретацией**, согласующейся с современными взглядами на эволюцию Вселенной в четырёхмерном пространстве-времени для открытой модели. Более подробная

геометрическая и физическая интерпретация функций $\bar{c} = \bar{c}(\psi)$ и $\bar{w} = \bar{w}(\psi)$ (рисунок 4) дана в работах авторов [25],[26],[35].

Физическая интерпретация рисунка 4 (по материалам работ [25],[26],[35]).

- 1). Значение $\psi = 0$ соответствует сингулярности -«**Большому взрыву**». Обозначение: 
- 2). Область $\{ 0 < \psi < +\infty \}$ (правая половина графика на рисунке 4) соответствует «**материальной**» Вселенной, находящейся внутри «**белой дыры**», при этом эта область разбивается на две подобласти и одну точку бифуркации:
 - а₁) подобласть $\{ 0 < \psi < 2 \}$ - «**тёмные века**» (этот период составил 200 миллионов лет после «**Большого Взрыва**»), когда ещё не зажглись первые звёзды и некому было освещать Вселенную¹⁰;
 - а₂) подобласть $\{ 2 < \psi < +\infty \}$ - «**светлые века**», когда зажглись первые звёзды и «**светлая**» Вселенная начала эволюционировать вплоть до наших дней (до значения $\psi = \psi_{наст}$, соответствующего 13.7 миллиарда лет после «**Большого взрыва**»).
 - а₃) **точка бифуркации** $\psi = 2$ - переход от тёмного периода к светлому периоду. Значение $\psi = 2$ соответствует числу 200 миллионов лет после «**Большого взрыва**». Обозначение: 

3). Область $\{ -\infty < \psi < 0 \}$ (левая половина графика на рисунке 4) соответствует Вселенной, состоящей из «**антиматерии**», находящейся внутри «**чёрной дыры**».

4). В [25],[26],[35] мы связывали для нашей Вселенной безразмерный параметр самоорганизации ψ со временем T [млн. лет], отсчитываемый от момента «**Большого взрыва**» ($T=0$) (назовём это время T -**временем самоорганизации**), по формуле:

$$T = a \cdot \psi, \quad (1.12)$$

где a [млн. лет] – коэффициент пропорциональности. Поскольку окончание тёмного периода соответствует значению $\psi = 2$, что составляет $T = 200$ [млн. лет] = 0.2 [млн. лет] с момента «**Большого Взрыва**», то из (1.11) получаем

$$a = \frac{T}{\psi} = \frac{0.2}{2} = 0.1 \text{ [млн. лет]}. \quad (1.13)$$

Но тогда для **современного момента** времени самоорганизации $T = 13.7$ [млн. лет] существования нашей «**материальной**» Вселенной из (1.12) и (1.13) получаем «**Вселенскую константу**» $\psi = \frac{13.7}{0.1} = 137$.

5). Для «**материальной**» Вселенной в процессе эволюции время самоорганизации $T = 0.1 \cdot \psi$ **непрерывно** возрастает в положительную сторону (**положительная стрела времени**). Для Вселенной из «**антиматерии**» в процессе эволюции время самоорганизации $T = 0.1 \cdot \psi$ **непрерывно** возрастает в отрицательную сторону (**отрицательная стрела времени**).

¹⁰ При $\{ 0 < \psi < 2 \}$ нормированная фибоначиевая скорость света в вакууме $\bar{c}(\psi) = \sqrt{\frac{sFs(\psi)}{sFs(\psi - 2)}}$ является

мнимой величиной, и, следовательно, в этот период **не существует вещественной** нормированной фибоначиевой скорости света $\bar{c}(\psi)$, хотя материальная Вселенная уже стала эволюционировать и начали образовываться элементарные частицы. Поэтому при $\{ 0 < \psi < 2 \}$ **существует вещественная** нормированная относительная фибоначиевая скорость $\bar{w}(\psi) = \frac{sFs(\psi)}{cFs(\psi - 1)}$.

Физическую интерпретацию эволюции Вселенной можно описать не только с помощью параметра самоорганизации ψ (рисунок 4), но и с помощью параметра стратификации m , используя функцию $\psi = \psi(m)$ (рисунок 1):

- 1). $\{ \frac{2}{\sqrt{5}} < m < 1, \sigma = -1 \} \cup \{ \frac{2}{\sqrt{5}} < m < 1, \sigma = +1 \}$ - «тёмные века материальной Вселенной», что соответствует $\{ 0 < \psi < 2 \}$;
- 2). $\{ 1 < m < +\infty, \sigma = +1 \}$ - «светлые века материальной Вселенной», что соответствует $\{ 2 < \psi < +\infty \}$;
- 3). $\{ 1 < m < +\infty, \sigma = -1 \}$ - «черная дыра из антиматерии», что соответствует $\{ -\infty < \psi < 0 \}$.
- 4). Значение $m=1$ при $\sigma = -1$ соответствует сингулярности «Большому взрыву» ($\psi=0$);
- 5). Значение $m=1$ при $\sigma = +1$ соответствует точке бифуркации ($\psi=2$) - переходу от тёмных веков материальной Вселенной к светлым векам материальной Вселенной.

Описание с помощью параметра стратификации m нам потребуется в дальнейшем для рассмотрения на четырёхмерном торе T^4 приведённых преобразований Лоренца (1.1) и приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца (1.11).

На рисунках 5 и 6 изображены, соответственно, функции $\bar{c}(m)$ и $\bar{w}(m)$, которые получаются при подстановки в функции $\bar{c}(\psi)$, $\bar{w}(\psi)$ соотношения $\psi = \psi(m)$ из (1.7).

Алгоритм построения функции $\bar{c}(m)$ на рисунке 5.

Шаг 1. $\psi = \psi(m) = 1 + \frac{1}{\ln[\Phi]} \cdot \ln\left[\frac{\sqrt{5} \cdot m + \sigma \cdot \sqrt{5 \cdot m^2 - 4}}{2}\right]$, где $1 \leq m < +\infty, \sigma = \pm 1$;

Шаг 2. $\bar{c}(m) = \sqrt{\frac{sFs[\psi(m)]}{sFs[\psi(m)-2]}}$.

Алгоритм построения функции $\bar{w}(m)$ на рисунке 6.

Шаг 1. $\psi = \psi(m) = 1 + \frac{1}{\ln[\Phi]} \cdot \ln\left[\frac{\sqrt{5} \cdot m + \sigma \cdot \sqrt{5 \cdot m^2 - 4}}{2}\right]$, где $\frac{2}{\sqrt{5}} \leq m < +\infty, \sigma = \pm 1$;

Шаг 2. $\bar{w}(m) = \frac{sFs[\psi(m)]}{cFs[\psi(m)-1]} = \frac{sFs[\psi(m)]}{m}$.

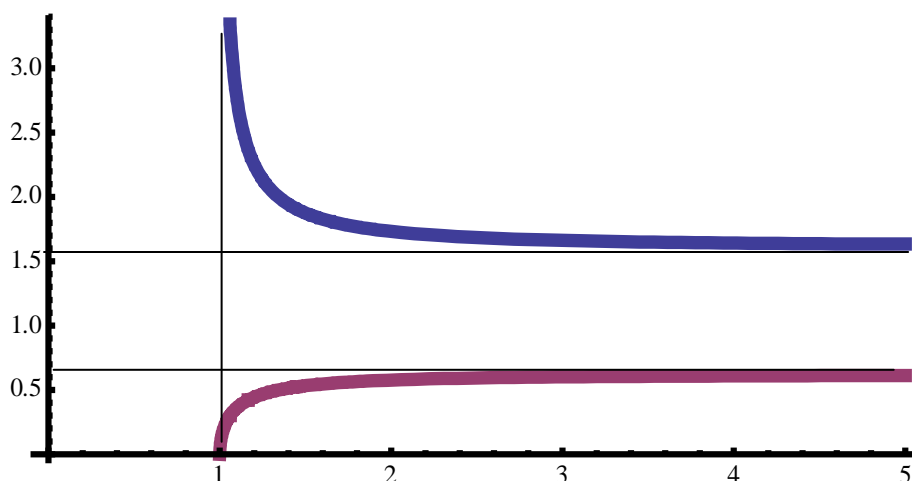


Рисунок 5. Ось абсцисс: m . Ось ординат: $\bar{c}(\psi)$.

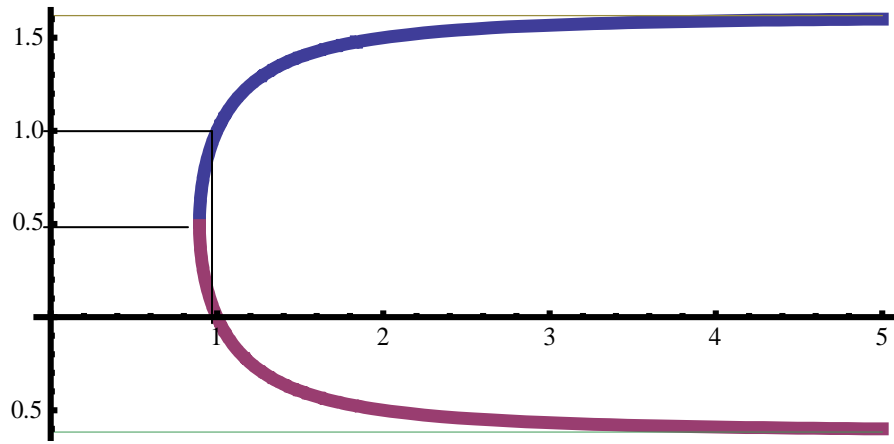


Рисунок 6. Ось абсцисс: m . Ось ординат: $\bar{w}(\psi)$.

Но тогда для преобразований Фибоначчи-Лоренца (1.11) в четырёхмерном пространстве-времени можно записать следующие формулы:

$$C_{\text{фиб}}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \bullet \bar{c}(m) \quad (1.14)$$

- **фибоначчиевая скорость света в вакууме** при $1 < m < +\infty$, $\sigma = -1$ для чёрной дыры из антиматерии, при $1 < m < +\infty$, $\sigma = +1$ - для светлых веков для материальной Вселенной;

$$W_{\text{фиб}}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \bullet \bar{w}(m) \quad (1.15)$$

- **относительная фибоначчиевая скорость** при $\frac{2}{\sqrt{5}} \leq m < +\infty$, $\sigma = \pm 1$, где c_0 - скорость света в вакууме для преобразований Лоренца (1.1)¹¹.

Часть 2. Замкнутые модели пространства -времени

2.1. Преобразования Лоренца на четырёхмерном торе

В [1],[31],[32] полностью описаны арифметические свойства допустимых параметров (c_0, v) приведённых преобразований Лоренца на двумерном торе T^2 . Представим без доказательства часть этих результатов (полные доказательства смотри в [1],[31],[32]), поскольку они полностью переносятся (с заменой слов T^2 на T^4) для приведённых преобразований Лоренца (1.1), заданных на четырёхмерном торе T^4 . Поэтому там, где это необходимо, результаты, полученные в [1],[31],[32] для приведённых преобразований Лоренца на T^2 , мы будем формулировать в ситуации для T^4 .

Далее эти результаты, полученные для приведённых преобразований Лоренца на T^4 , мы будем существенно использовать для исследования на четырёхмерном торе T^4 приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца (1.11).

2.1.1 Алгебраическое представление n -мерного тора T^n в виде n -мерной гиперповерхности в евклидовом пространстве R^{2n}

Для более ясного восприятия последующего материала, приведём сначала алгебраическое описание n -мерного тора T^n , то-есть также двумерного тора T^2 и

¹¹ Значение $(m=1, \sigma=-1)$ соответствует сингулярности –«Большой взрыв», а $(m=1, \sigma=+1)$ - бифуркации- переходу от тёмных веков к светлым векам материальной Вселенной

четырёхмерного тора T^4 , для чего воспользуемся представлением тора T^n в виде гиперповерхности Клиффорда в $2n$ -мерном евклидовом пространстве $R^{2n}=(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$ (см.[12] (стб.405), [13]) :

$$T^n: \begin{cases} x_1 = x_1(\varphi_1) = \frac{1}{2\pi} \cdot \cos(2\pi\varphi_1), & y_1 = y_1(\varphi_1) = \frac{1}{2\pi} \cdot \sin(2\pi\varphi_1), \\ \dots\dots\dots \\ x_n = x_n(\varphi_n) = \frac{1}{2\pi} \cdot \cos(2\pi\varphi_n), & y_n = y_n(\varphi_n) = \frac{1}{2\pi} \cdot \sin(2\pi\varphi_n), \end{cases} \quad (2.1)$$

где $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ -параметры, называемые **циклическими координатами на торе T^n** .

После исключения параметров $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ из соотношений (2.1) получаем задание торовой гиперповерхности T^n в $R^{2n}=(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$ в неявном виде:

$$T^n: (x_1)^2 + (y_1)^2 = 4\pi^2, \dots, (x_n)^2 + (y_n)^2 = 4\pi^2. \quad (2.2)$$

Отсюда непосредственно видно, что тор T^n является прямым произведением n окружностей, то есть $T^n = S^1 \times \dots \times S^1$, и $(ds)^2 = (dx_1)^2 + (dy_1)^2 + \dots + (dx_n)^2 + (dy_n)^2 = (d\varphi_1)^2 + \dots + (d\varphi_n)^2$, где ds - элемент дуги.

Пространство параметров $R^n = (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$ ($-\infty < \varphi_i < +\infty, i = \overline{1, n}$) для тора T^n называется **n -мерной универсальной накрывающей для тора T^n** , а (2.1) –**проекцией универсальной накрывающей R^n на тор T^n** . Обозначим эту проекцию символом $\omega: R^n \rightarrow T^n$, тогда, согласно (2.1), имеем, что $T^n = \omega(R^n)$. Здесь и дальнейшем $i = \overline{1, n}$ означает множество $i = 1, 2, \dots, n$.

Зафиксируем любую точку $A = (\varphi_1, \dots, \varphi_n) \in R^n$ и соответствующую ей, в силу проекции $\omega: R^n \rightarrow T^n$, точку $\omega(A) = (x_1, y_1, \dots, x_n, y_n) \in T^n$.

Поскольку правые части в (2.1) являются **периодическими функциями с периодом 1** (единица) по каждому из параметров $\varphi_i, (i = \overline{1, n})$, то принадлежащие универсальной накрывающей R^n точки $A = (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$ и $A' = (\varphi_1 + p_1, \dots, \varphi_n + p_n)$, где $p_i \in Z$ (Z -группа целых чисел, $i = \overline{1, n}$), проектируются, в силу проекции $\omega: R^n \rightarrow T^n$ (смотри соотношения (2.1)) в **одну и ту же точку** $\omega(A) = (x_1, y_1, \dots, x_n, y_n) \in \overline{f}: R^n \rightarrow R^n$.

Преобразования на n - мерной универсальной накрывающей R^n , переводящие любые точки $(\varphi_1, \dots, \varphi_n)$ в точки $(\varphi_1 + p_1, \dots, \varphi_n + p_n)$, где $p_i \in Z$, имеют вид

$$\varphi'_1 = \varphi_1 + p_1, \dots, \varphi'_n = \varphi_n + p_n \quad (2.3)$$

и образуют **группу целочисленных сдвигов на R^n** , называемую **группой накрытия для тора T^n** .

Эта группа является **коммутативной**, то есть для любых элементов $g, g' \in G$ выполняется соотношение: $g * g' = g' * g$, где символом $*$ обозначена **групповая операция** (данном случае –**сложение**). Обозначим эту группу через G и через $g \in G$ - любой элемент этой группы, который, в силу вышесказанного, имеет вид (2.3), при этом сами точки $A = (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$ и $A' = (\varphi_1 + p_1, \dots, \varphi_n + p_n)$, называются **конгруэнтными**.

Фундаментальным гиперкубом $\Phi^n \in R^n = (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$ тора $T^n = \omega(R^n)$ называется n - мерный гиперкуб $\Phi^n: 0 \leq \varphi_1 \leq 1, \dots, 0 \leq \varphi_n \leq 1$. Внутренность фундаментального гиперкуба Φ^n не содержит пар конгруэнтных точек. Что касается $(n-1)$ -мерных **гиперграней** этого гиперкуба, то они разбиваются на пары конгруэнтных гиперграней:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = (\varphi_1 = 0, \quad 0 \leq \varphi_2 \leq 1, \dots, 0 \leq \varphi_n \leq 1), \quad a'_1 = g_1(a_1); \\ a_2 = (0 \leq \varphi_1 \leq 1, \quad \varphi_2 = 0, \dots, \quad 0 \leq \varphi_n \leq 1), \quad a'_2 = g_2(a_2); \\ \dots\dots\dots \\ a_n = (0 \leq \varphi_1 \leq 1, \quad 0 \leq \varphi_2 \leq 1, \dots, \varphi_n = 0), \quad a'_n = g_n(a_n). \end{array} \right. \quad (2.4)$$

Здесь элементы g_1, g_2, \dots, g_n группы накрытия G являются её **образующими** и имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} g_1: \varphi'_1 = \varphi_1 + 1, \quad \varphi'_2 = \varphi_2, \dots, \varphi'_n = \varphi_n; \\ g_2: \varphi'_1 = \varphi_1, \quad \varphi'_2 = \varphi_2 + 1, \dots, \varphi'_n = \varphi_n; \\ \dots\dots\dots \\ g_n: \varphi'_1 = \varphi_1, \quad \varphi'_2 = \varphi_2, \dots, \varphi'_n = \varphi_n + 1. \end{array} \right. \quad (2.5)$$

Если подействовать на фундаментальный гиперкуб Φ^n всеми элементами группы G , то получаем **плотное заполнение n -мерной универсальной накрывающей R^n** n -мерными гиперкубами, конгруэнтными гиперкубу Φ^n и примыкающими друг к другу по своим $(n-1)$ -мерным гиперграням.

Пусть задан гомеоморфизм $\bar{f}: R^n \rightarrow R^n$ на n -мерной универсальной накрывающей $R^n = (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$ и гомеоморфизм $f: T^n \rightarrow T^n$ на n -мерном торе $T^n = \omega(R^n)$, где $\omega: R^n \rightarrow T^n$ - проекция R^n на T^n .

Будем говорить, что гомеоморфизм $\bar{f}: R^n \rightarrow R^n$ **накрывает** гомеоморфизм $f: T^n \rightarrow T^n$, (в другой терминологии: гомеоморфизм $\bar{f}: R^n \rightarrow R^n$ **является накрывающим** для гомеоморфизма $f: T^n \rightarrow T^n$), если $\omega(\bar{f}) = f(\omega)$.

Из свойств группы накрытия G для тора T^n непосредственно вытекают следующие свойства .

Свойство 2.1. Для того, чтобы гомеоморфизм $\bar{f}: R^n \rightarrow R^n$ на универсальной накрывающей $R^n = (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$ для тора T^n являлся **накрывающим гомеоморфизмом** для некоторого гомеоморфизма $f: T^n \rightarrow T^n$, **необходимо и достаточно**, чтобы на R^n гомеоморфизм \bar{f} переводил две любые конгруэнтные точки в две конгруэнтные точки, а две любые неконгруэнтные точки - в две неконгруэнтные точки.

Свойство 2.2. Если $\bar{f}: R^n \rightarrow R^n$ **является накрывающим гомеоморфизмом** для гомеоморфизма $f: T^n \rightarrow T^n$, то какой бы элемент $g \in G$ ни взять, гомеоморфизм $\overline{gf} = g(\bar{f})$ также является накрывающим для гомеоморфизма $f: T^n \rightarrow T^n$.

Важным классом гомеоморфизмов на торе T^n , используемых нами в дальнейшем, являются так называемые **автоморфизмы $f_0: T^n \rightarrow T^n$ тора T^n** , для которых на универсальной накрывающей $R^n = (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$ среди накрывающих гомеоморфизмов существуют **линейные автоморфизмы $\bar{f}_0: R^n \rightarrow R^n$** , записываемые в следующем матричном виде:

$$\begin{pmatrix} \varphi'_1 \\ \dots \\ \varphi'_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \dots \\ \varphi_n \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

где $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ являются целочисленными **унимодулярными** матрицами.

Унимодулярность матриц A означает, что их определитель $\det(A) = \pm 1$. Более подробно о автоморфизмах n - мерного тора T^n см. [23].

Отметим, что если для автоморфизма $f_0: T^n \rightarrow T^n$ линейный автоморфизм вида (2.6) является **накрывающим**, то для этого автоморфизма f_0 **множество всех других накрывающих гомеоморфизмов** на универсальной накрывающей $R^n = (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$ имеет вид:

$$\bar{f} = g(\bar{f}_0): \begin{pmatrix} \varphi'_1 \\ \dots \\ \varphi'_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \dots \\ \varphi_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p_1 \\ \dots \\ p_n \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

где $g \in G$ – любые элементы группы накрытия G для T^n , p_1, \dots, p_n – целые числа. В частности, если $p_1 = 0, \dots, p_n = 0$, то-есть g является «**единичным**» элементом группы накрытия G , то $\bar{f} = \bar{f}_0$.

Для **зрительного восприятия** описанную выше картину изобразим для двумерного тора T^2 на рисунке 7.

Фундаментальная область Φ^2 тора T^2 .

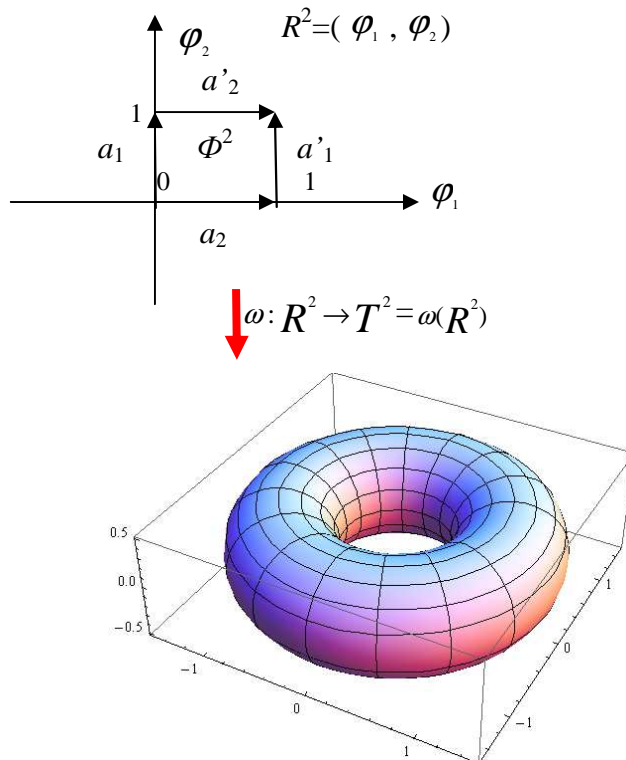


Рисунок 7.

2.1.2. Естественное представление n -мерного тора T^n в виде факторпространства n -мерной универсальной накрывающей R^n по группе накрытия G .

Для представления n -мерного тора T^n и преобразований на нём можно действовать обратным путём [23], взяв за основу **n -мерную универсальную накрывающую $R^n =$**

$(\varphi_1, \dots, \varphi_n)$, на точки которой действует группа целочисленных сдвигов (группа накрытия) G вида (2.3) $\varphi'_1 = \varphi_1 + p_1, \dots, \varphi'_n = \varphi_n + p_n$, где $p_i \in Z$ (Z -группа целых чисел, $i = \overline{1, n}$). Для любой точки $A = (\varphi_1, \dots, \varphi_n) \in R^n$ обозначим через $G(A) = \bigcup_{g \in G} A$ множество всех точек на R^n , конгруэнтных точке $A \in R^n$ с помощью действия группы накрытия G .

Объявим каждое такое множество $G(A)$, где A любая точка из R^n , точками некоторого нового пространства Ω . Операция, при которой получается множество Ω , называется факторизацией пространства R^n по группе G , а само Ω называется факторпространством и обозначается символом $R^n/G = \Omega$. Отображение $\omega: R^n \rightarrow R^n/G = \Omega$ называется естественной проекцией.

Оказывается что Ω гомеоморфно n -мерному тору T^n , полученному, в частности, при его алгебраическом представлении (2.1). Поэтому в дальнейшем, если не оговорено отдельно, будем говорить, что $T^n = R^n/G$ есть естественное представление n -мерного тора T^n в виде факторпространства n -мерной универсальной накрывающей R^n по группе накрытия G .¹²

Далее все остальные свойства (гомеоморфизмы, автоморфизмы и так далее), приведённые в пункте 2.1.1 при алгебраическом представлении тора T^n и связанные с универсальной накрывающей R^n , автоматически переносятся на тор T^n при его естественном представлении. Поэтому в дальнейшем под словом « n -мерный тор T^n » будем понимать его естественное представление в виде $T^n = R^n/G$.

2.1.3. Арифметические свойства допустимых параметров (c_0, ν) преобразований Лоренца на четырёхмерном торе T^4

Перейдём к непосредственному описанию арифметических свойств допустимых параметров (c_0, ν) преобразований Лоренца (1.1) на четырёхмерном торе $T^4 = R^4/G$. Для этого, чтобы привести в соответствие обозначения в преобразованиях Лоренца (1.1) и в вышеизложенной теории в пунктах 2.1.1 и 2.1.2 на n -мерном торе $T^n = R^n/G$, необходимо в пункте 2.1.3. положить $n=4$, заменить линейный автоморфизм (2.6) линейным автоморфизмом (1.1) с учётом обозначений (1.2) для m, p, n , и элементы g группы накрытия G переписать в виде:

$$g \in G: t' = t + p_1, x'_1 = x_1 + p_2, x'_2 = x_2 + p_3, x'_3 = x_3 + p_4, \quad (2.8)$$

где $p_i \in Z$ (Z -группа целых чисел), $i = \overline{1, 4}$.

Поскольку, согласно (1.2), $m^2 - n \bullet p = 1$, $m \geq 1$, $\text{sign}(n) = \text{sign}(p)$, то матрица

$$A = \begin{pmatrix} m & -p & 0 & 0 \\ -n & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

в (1.1) автоматически является унимодулярной.

Поскольку в пункте 2.1.3 мы предполагаем, что преобразования Лоренца $f_0: T^4 \rightarrow T^4$ заданы на четырёхмерном торе $T^4 = R^4/G$, где $R^4 = (t, x_1, x_2, x_3)$, а их накрывающие преобразования $\overline{f}_0: R^4 \rightarrow R^4$ имеют вид (1.1) (сравните с (2.6)), то у преобразований (1.1), в силу пункта 2.1.1, элементы m, n, p матрицы (2.9) дополнительно являются ещё и целыми числами, то-есть преобразования Лоренца $f_0: T^4 \rightarrow T^4$ являются автоморфизмами тора T^4 .

¹² Более подробно о факторизации и естественном представлении тора T^n см. [23], [28].

Как было указано выше, в [1],[31],[32] полностью описаны арифметические свойства **допустимых параметров** (c_0, v) преобразований Лоренца на **двумерном торе** T^2 . Эти результаты с заменой слов: «**двумерный тор** $T^2 = R^2/G$ и **универсальная накрывающая** $R^2 = (t, x)$ » на слова: «**четырёхмерный тор** $T^4 = R^4/G$ и **универсальная накрывающая** $R^4 = (t, x_1, x_2, x_3)$ », **автоматически переписываются** для преобразований Лоренца $f_0: T^4 \rightarrow T^4$, для которых накрывающими преобразованиями являются преобразования $\overline{f}_0: R^4 \rightarrow R^4$, имеющими вид (1.1) и являющимися, в свою очередь, преобразованиями Лоренца на $R^4 = (t, x_1, x_2, x_3)$.

Вещественные числа (c_0, v) ($c_0 > 0$) называются **допустимыми значениями** в качестве **скорости света в вакууме** и **относительной лоренцевой скорости** для **приведённых преобразований Лоренца** на T^4 , если для них существует хотя бы одно **приведённое преобразование Лоренца** $f_0: T^4 \rightarrow T^4$.

Свойство 2.3. Если пара (c_0, v) допустима, то пара $(c_0, -v)$ также допустима. В частности, для любого допустимого c_0 пара $(c_0, v=0)$ допустима.

Для каждого допустимого значения c_0 множество значений $\{v\}$, образующих с c_0 допустимые пары (c_0, v) , $|v| < c_0$, называется **спектром** c_0 .

Свойство 2.4. Вещественное число $c_0 > 0$ является **допустимой скоростью света в вакууме** для **приведённых преобразований Лоренца** на T^4 тогда и только тогда, когда c_0 является иррациональным числом, квадратным корнем из положительного рационального числа $\frac{\alpha}{\beta}$, где α, β - ненулевые целые числа одинакового знака.

Замечание. Любое иррациональное число $c_0 = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$, где α, β - ненулевые целые числа

одинакового знака, является **допустимым в качестве скорости света c_0 в вакууме** для некоторого **приведённого преобразования Лоренца** на T^4 . Но тогда по α, β должны

найтись целые числа m, n, p такие, что $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{n}{p}$, $m^2 - n \cdot p = 1$, $m \geq 1$, $\text{sign}(n) = \text{sign}(p)$, откуда

$c_0 = \sqrt{\frac{n}{p}}$. Алгоритм нахождения по α, β целых чисел m, n, p , где $m^2 - n \cdot p = 1$, $m \geq 1$, $\text{sign}(n) = \text{sign}(p)$, то есть преобразований Лоренца на торе T^4 , будет указан ниже.

Свойство 2.5. Множество **допустимых значений скорости света c_0 в вакууме** является **счётным и всюду плотным** на **положительной полупрямой**.

Свойство 2.6. Положительное число v является **допустимым значением относительной лоренцевой скорости** для **приведённых преобразований Лоренца** на T^4 тогда и только тогда, когда v является **положительным рациональным числом** $\frac{n}{m}$, $m \geq 1$,

таким, что $p = \frac{m^2 - 1}{n}$ есть целое число, где (n, m) и (p, m) – целые взаимно простые числа¹³.

Свойство 2.7. Множество **допустимых значений относительной лоренцевой скорости v** для преобразований Лоренца на T^4 является **счётным и всюду плотным** на **числовой прямой**.

¹³ Пара ненулевых целых чисел (ξ, η) **взаимно проста**, если наибольший общий делитель этих чисел равен единице. Запишем факт взаимной простоты в виде $(\xi, \eta) = 1$.

Свойство 2.8. Для приведённых преобразований Лоренца на T^4 для каждого допустимого значения относительной лоренцевой скорости v существует **ровно одно допустимое значение скорости света в вакууме** $c_0 \stackrel{\text{def}}{=} c_0\{v\}$.

Свойство 2.9. Для приведённых преобразований Лоренца на T^4 каждое допустимое значение c_0 скорости света в вакууме имеет **полный счётный спектр из относительных лоренцевых скоростей, имеющих вид:** $c_0 = \{ \dots < -v_k < \dots < -v_1 < v_0 = 0 < v_1 < \dots < v_k < \dots \}$.

Свойство 2.10. Для преобразований Лоренца на T^4 каждый допустимый для скорости света c_0 в вакууме **полный спектр допустимых относительных лоренцевых скоростей** имеет ровно две точки сгущения c_0 и $-c_0$.

Свойство 2.11. Для приведённых преобразований Лоренца на T^4 спектры любых двух различных допустимых значений скоростей света в вакууме c_0 и c_0' попарно не пересекаются, за исключением $v_0=0$, принадлежащего любым спектрам

2.1.4. Алгоритм получения полного спектра относительных лоренцевых скоростей v для допустимого значения скорости света c_0 в вакууме для преобразований Лоренца на T^4

Пусть $c_0 = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ - заданная допустимая скорость света в вакууме для приведённых преобразований Лоренца на T^4 . Тогда, согласно свойству 2.4, c_0 является иррациональным числом, квадратным корнем из положительного рационального числа $\frac{\alpha}{\beta}$, где α, β - ненулевые целые числа одинакового знака.

Покажем как определяется соответствующий этому значению c_0 полный спектр из допустимых относительных лоренцевых скоростей

$$\{ \dots < -v_3 < -v_2 < -v_1 < v_0 = 0 < v_1 < v_2 < v_3 < \dots \}.$$

Для этого достаточно рассматривать только положительные значения допустимых относительных лоренцевых скоростей v , то есть $\{v_1 < v_2 < v_3 < \dots\}$, где $v_k > 0$ ($k=1, 2, 3, \dots$).

Алгоритм нахождения таких скоростей v_k нескольких шагов.

ШАГ 1. Сокращение на общий множитель

В силу свойства 2.4, для преобразований Лоренца на T^4 допустимая скорость света $c_0 = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ в вакууме является иррациональным числом, квадратным корнем из

положительного рационального числа $\frac{\alpha}{\beta}$, где α, β - ненулевые целые числа одинакового знака. Осуществим следующую **операцию**. Сократим, если необходимо, числитель α и знаменатель β положительного рационального числа $\frac{\alpha}{\beta}$ на общий множитель, при этом, если α и β отрицательны, то предварительно умножим их на число (-1) «минус единицу».

Вновь полученные в результате этой операции новые числитель и знаменатель обозначим через $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$. Но тогда $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\bar{\alpha}}{\bar{\beta}}$, поэтому величина c_0 в результате вышеказанной

операции не меняется, то есть $c_0 = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \sqrt{\frac{\bar{\alpha}}{\bar{\beta}}}$.

ШАГ 2. Наименьшее положительное решение уравнения Пелля.

Находим наименьшее положительное решение (m_1, r_1) **уравнения Пелля**

$$m^2 - (\bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}) \cdot r^2 = 1 \quad (2.10)$$

в целых числах. Для этого, как известно [3],[10],[11],[15], нужно разложить число $\sqrt{\bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}}$ в **цепную дробь**, то есть представить это число в виде

$$\sqrt{\bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}} = [a_0; a_1, a_2, \dots] \quad (2.11)$$

Здесь a_0 - целое неотрицательное число, а все остальные элементы a_1, a_2, \dots - натуральные числа. Так как допустимое значение скорости света $c_0 = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \sqrt{\frac{\bar{\alpha}}{\bar{\beta}}}$ -

иррациональное число, то $\sqrt{\bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}} = c_0 \cdot \bar{\beta}$ - иррациональное число, квадрат которого есть целое число $\bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}$. Но тогда для $\sqrt{\bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}}$ мы получим бесконечную периодическую цепную дробь с **периодом** $l \geq 1$. Обозначим k -ую **подходящую дробь** для $\sqrt{\bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}}$ через $\frac{P_k}{Q_k} = [a_0; a_1, a_2, \dots, a_k]$. Положим $P_{-1} = 1, Q_{-1} = 0$ и $P_0 = a_0, Q_0 = 1$. Тогда получаем:

$$P_k = a_k \cdot P_{k-1} + P_{k-2}, \quad Q_k = a_k \cdot Q_{k-1} + Q_{k-2} \quad (2.12)$$

где $P_{-1} = 1, Q_{-1} = 0, P_0 = a_0, Q_0 = 1, k = 1, 2, \dots$. Отсюда **наименьшее положительное решение** (m_1, r_1) уравнения Пелля $m^2 - (\bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}) \cdot r^2 = 1$ определяется следующим образом:

$$\begin{cases} (m_1 = P_{l-1}, r_1 = Q_{l-1}), & \text{если } l \text{ - чётное;} \\ (m_1 = P_{2l-1}, r_1 = Q_{2l-1}), & \text{если } l \text{ - нечётное.} \end{cases} \quad (2.13)$$

ШАГ 3. Первое наименьшее положительное допустимое значение относительной лоренцевой скорости $v = v_1$ в спектре для допустимой скорости света c_0 в вакууме

В [1],[31],[32] показано, что первое (наименьшее и положительное) допустимое значение $v = v_1$ в спектре c_0 равно величине $v_1 = \frac{n_1}{m_1}$, где (m_1, r_1) находятся в силу шага 2, откуда

$$n_1 = r_1 \cdot \bar{\alpha}, \quad p_1 = r_1 \cdot \bar{\beta}, \quad m_1^2 - n_1 \cdot p_1 = 1, \quad c_0 = \sqrt{\frac{n_1}{p_1}}. \quad (2.14)$$

ШАГ 4. Положительная часть $\{v_1 < v_2 < v_3 < \dots\}$ полного спектра относительных лоренцевых скоростей v для допустимой скорости света c_0 в вакууме. Полный спектр для c_0 .

В [1],[31],[32] показано, что после того, как по заданному значению $c_0 = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ в результате выполнения шага 3 найдено первое наименьшее и положительное допустимое значение $v_1 = \frac{n_1}{m_1}$, где $n_1 = r_1 \cdot \bar{\alpha}, p_1 = r_1 \cdot \bar{\beta}, m_1^2 - n_1 \cdot p_1 = 1$, то остальные положительные допустимые значения $\{v_2 < v_3 < \dots < v_k < \dots\}$ находятся по формулам

$$v_k = \frac{n_k}{m_k} \quad (k=2,3,4,\dots), \quad (2.15)$$

$$(m_1 + c_0 \cdot p_1)^k = m_k + c_0 \cdot p_k, \quad n_k = \frac{(m_k)^2 - 1}{p_k}, \quad c_0 = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \sqrt{\frac{n_1}{p_1}} = \dots = \sqrt{\frac{n_k}{p_k}} = \dots \quad (2.16)$$

Отсюда полный спектр для c_0 имеет вид:

$$c_0 = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \left\{ \dots < \frac{n_k}{m_k} < \dots < \frac{n_1}{m_1} < 0 < \frac{n_1}{m_1} < \dots < \frac{n_k}{m_k} < \dots \right\} \quad (2.17)$$

Далее, если не оговорено отдельно, мы **абстрагируемся** от конкретных **единиц измерения** и описываем **размерности** в терминах основных физических величин, таких, например, как **длина**, **масса** и **время**, которые обозначаются символами $[L]$, $[M]$ и $[T]$, соответственно.

Размерность записывают, как произведение этих символов, каждый из которых возведён в рациональную степень, при этом размерность безразмерных величин записывают символом $[-]$ (по материалам из Википедии — свободной энциклопедии).

В нашей ситуации размерность пространственных координат x_1, x_2, x_3 есть $[L]$, размерность времени t есть $[T]$, размерность скорости c_0 света в вакууме есть $[L \cdot T^{-1}]$ и так далее. **Размерность** физической величины и **единица измерений** физической величины **синонимами не являются**.

Единицы измерения в системе СИ, которыми мы также будем пользоваться там, где это необходимо, для пространственных координат есть $[м]$, для времени - $[сек]$, для скорости света в вакууме - $[м \cdot сек^{-1}]$.

2.2. Преобразования Фибоначчи-Лоренца на четырёхмерном торе

2.2.1. Краткое резюме результатов для преобразований Фибоначчи-Лоренца (открытая модель)

Выше (часть 1 пункт 1.2) для **открытой модели** пространства-времени мы называли преобразования (1.11) **приведёнными четырёхмерными преобразованиями Фибоначчи-Лоренца**. Было показано, что при значениях параметра самоорганизации $\psi \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ преобразования (1.11) являются **четырёхмерными вещественными**, а при $\psi \in (0; 2)$ - **четырёхмерными комплексно-вещественными**, или, в последнем случае, при выделении действительной и мнимой частей - **вещественными шестимерными**.

Для преобразований (1.11) мы выписывали для **фибоначчиевой скорости света** в вакууме формулу (1.14) $C_{фиб}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \cdot \bar{c}(m)$, а для **относительной фибоначчиевой**

скорости-формулу (1.15) $W_{фиб}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \cdot \bar{w}(m)$, где m назвали **параметром стратификации**

В формулах (1.14) и (1.15) c_0 - **скорость света в вакууме** для приведённых преобразований Лоренца (1.1), Φ - **золотое сечение**, $\bar{c}(m) = \frac{sFs[\psi(m)]}{\sqrt{sFs[\psi(m)] - 2}}$ - **нормированная**

фибоначчиевая скорость света в вакууме, $\bar{w}(m) = \frac{sFs[\psi(m)]}{m}$ - **нормированная**

относительная фибоначчиевая скорость, $\psi = \psi(m) = 1 + \frac{1}{\ln[\Phi]} \cdot \ln \left[\frac{\sqrt{5} \cdot m + \sigma \cdot \sqrt{5 \cdot m^2 - 4}}{2} \right]$ - **параметр самоорганизации**.

Что касается **параметра стратификации** m , то для фибоначчиевой скорости света $C_{фиб}(m)$ он меняется в пределах $1 \leq m < +\infty$, а для относительной фибоначчиевой скорости

$W_{фиб}(m)$ - пределах $\frac{2}{\sqrt{5}} \leq m < +\infty$, при этом в обоих случаях $\sigma = \pm 1$.

Более точно: $\left\{ \frac{2}{\sqrt{5}} < m < 1, \sigma = -1 \right\} \cup \left\{ \frac{2}{\sqrt{5}} < m < 1, \sigma = +1 \right\}$ - «тёмные века материальной Вселенной» $\{ 0 < \psi < 2 \}$; $\{ 1 < m < +\infty, \sigma = +1 \}$ - «светлые века материальной Вселенной» $\{ 2 < \psi < +\infty \}$; $\{ -\infty < m < 1, \sigma = -1 \}$ - «черная дыра из антиматерии» $\{ -\infty < \psi < 0 \}$.

Значение $m=1$ при $\sigma = -1$ соответствует «Большому взрыву» ($\psi = 0$), а $m=1$ при $\sigma = +1$ - точке бифуркации ($\psi = 2$): переходу от тёмных веков материальной Вселенной к светлым векам материальной Вселенной.

2.2.2. Арифметические свойства допустимых параметров $(c_{фиб}, w_{фиб})$ для преобразований Фибоначчи-Лоренца на T^4

Перейдём к непосредственному описанию арифметических свойств допустимых параметров $(c_{фиб}, w_{фиб})$ приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца на том же самом четырёхмерном торе $T^4 = R^4/G$, что и в случае приведённых преобразований Лоренца при описании арифметических свойств допустимых параметров (c_0, v) .

Как для приведённых преобразований Лоренца T^4 , так и для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца на T^4 , это описание использует одни и те же значения параметра стратификации $m = \{ m_1, m_2, \dots, m_k, \dots \}$, полученные по формулам

(2.13) и (2.16), для заданного $c_0 = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$, где α, β - ненулевые целые числа;

Принципиальная разница между приведёнными преобразованиями Лоренца с одной стороны и приведёнными преобразованиями Фибоначчи-Лоренца с другой стороны состоит в том, что параметр самоорганизации (угол фибоначчиевого поворота) $\psi = \psi(m)$ для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца и угол гиперболического поворота $\theta = \theta(m)$ для приведённых преобразований Лоренца зависят от параметра стратификации m при его дискретном (в случае замкнутой модели) или непрерывном изменении (в случае открытой модели) по разным законам (смотри соотношения (1.8) и рисунок 1, а также рисунки 2 и 3, если рассматривать явный вид зависимостей $\psi = \psi(\theta)$ и $\theta = \theta(\psi)$).

В то время как график функции $\theta = \theta(m)$ ($1 \leq m < +\infty$) симметричен относительно m -оси, то график функции $\psi = \psi(m)$ ($\frac{2}{\sqrt{5}} \leq m < +\infty$) не симметричен относительно m -оси и сдвинут вверх по ψ -оси на интервал $0 \leq \psi \leq 2$ («вклейка планки») (см. рисунок 1).

Именно эта несимметричность фактически позволила авторам в [25],[26],[35] для открытой модели интерпретировать этот факт как несимметричную эволюцию между «материальной Вселенной» и «Вселенной из антиматерии (чёрной дыры)», начиная с «Большого взрыва». Эта несимметричность стала возможной благодаря наличию в знаменателе симметричных гиперболических функций Фибоначчи, введённых Алексеем Стаховым и Борисом Розиным в [36] числа $\sqrt{5}$, а не числа 2 (по этому поводу смотрите также ссылку за номером 9 в данной статье).

В настоящей статье мы вводили параметр стратификации m , чтобы показать на основе его естественную связь между приведёнными преобразованиями Лоренца, используемых в классической СТО, и введёнными авторами данной статьи приведёнными преобразованиями Фибоначчи-Лоренца.

Поскольку в пункте 2.2.2 мы будем иметь дело с приведёнными преобразованиями Фибоначчи-Лоренца на четырёхмерном торе $T^4 = R^4/G$, которые обозначим через $f_{фиб} : T^4 \rightarrow T^4$, то преобразования вида (1.11), которые обозначим через $\overline{f}_{фиб} : R^4 \rightarrow R^4$, согласно общепринятой терминологии, изложенной в пунктах 2.11 и 2.1.2, можно

трактовать как **накрывающие преобразования** для преобразований $f_{\text{фиб}} : T^4 \rightarrow T^4$, а четырёхмерное евклидово пространство $R^4=(t, x_1, x_2, x_3)$ и группу целочисленных сдвигов $G: R^4 \rightarrow R^4$ вида (2.8) как, соответственно, **универсальное накрывающее пространство** для T^4 и **группу накрытия** для T^4 , при этом сами преобразования $f_{\text{фиб}} : T^4 \rightarrow T^4$ являются **автоморфизмами тора** T^4 .

Ранее в пункте 2.1.3 мы использовали **целочисленные унимодулярные матрицы** A вида (2.9), для описания **приведённых преобразований Лоренца** $f_o : T^4 \rightarrow T^4$, где **целочисленные элементы** m, p, n удовлетворяли условиям (1.2)

$$m^2 - n \bullet p = 1, m \geq 1, \text{sign}(n) = \text{sign}(p), m = ch(\theta), p = \frac{1}{C_0} \bullet sh(\theta), n = c_0 \bullet sh(\theta).$$

Поскольку при $\psi \in (-\infty; 0) \cup (2, +\infty)$ имеют место соотношения (1.5)

$$m = ch(\theta) = cFs(\psi - 1), p = \frac{1}{C_0} \bullet sh(\theta) = \frac{1}{C_0} \bullet \bar{c}(\psi) \bullet sFs(\psi - 2), n = C_0 \bullet sh(\theta) = C_0 \bullet \frac{sFs(\psi)}{\bar{c}(\psi)},$$

то **целочисленные унимодулярные матрицы** A вида (2.9) при тех же самых **целочисленных значениях** m, p, n , используемых для исследования **приведённых преобразований Лоренца** $f_o : T^4 \rightarrow T^4$, но при дополнительном условии $m \geq 2$ можно применять для описания на четырёхмерном торе T^4 **приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца** $f_{\text{фиб}} : T^4 \rightarrow T^4$.¹⁴ Далее мы будем полагать (если не оговорено отдельно) параметр стратификации $m \geq 2$.

Будем говорить, что функции $C_{\text{фиб}}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \bullet \bar{c}(m)$ и $W_{\text{фиб}}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \bullet \bar{w}(m)$ являются **допустимыми** в качестве **фибоначчиевой скорости света в вакууме** и **относительной фибоначчиевой скорости** для **приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца** на T^4 , если для них существует хотя бы одно **приведённое преобразование Фибоначчи-Лоренца** $f_{\text{фиб}} : T^4 \rightarrow T^4$.

Так как, в силу (2.13) и (2.16), по каждой допустимой скорости света в вакууме c_0 для **приведённых преобразований Лоренца** на T^4 однозначно находится счётное множество **целочисленных значений параметра стратификации** $m = \{m_1, m_2, \dots, m_k, \dots\}$, $m_k \geq 2$, то для **приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца** на T^4 для каждого такого c_0

функции $C_{\text{фиб}}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \bullet \bar{c}(m)$ и $W_{\text{фиб}}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \bullet \bar{w}(m)$ являются **дискретными**.

Но тогда для **дискретных функций** $C_{\text{фиб}}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \bullet \bar{c}(m)$ и $W_{\text{фиб}}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \bullet \bar{w}(m)$ для **приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца** $f_{\text{фиб}} : T^4 \rightarrow T^4$ по аналогии с **допустимыми параметрами** (c_0, v) для **приведённых преобразований Лоренца** $f_o : T^4 \rightarrow T^4$ (см. свойства 2.3-2.11) выполняются следующие свойства.

Свойство 2.12. *Дискретные функции $C_{\text{фиб}}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \bullet \bar{c}(m)$ и $W_{\text{фиб}}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \bullet \bar{w}(m)$ являются допустимыми для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца на T^4 тогда и только тогда, когда c_0 является иррациональным числом, квадратным корнем из*

¹⁴ Значение $m=1$ для **приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца** $f_{\text{фиб}} : T^4 \rightarrow T^4$ мы отбрасываем, поскольку $m=1$ соответствует либо сингулярности «**Большой взрыв**» ($\psi = 0$), либо **точке бифуркации** ($\psi = 2$)-переходу от тёмных веков материальной Вселенной к светлым векам материальной Вселенной. В обоих случаях функция $\bar{c}(\psi)$ не определена.

положительного рационального числа $\frac{\alpha}{\beta}$, где α, β - ненулевые целые числа одинакового знака.

Свойство 2.13. Множества дискретных функций $\{ C_{\text{фиб}}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \cdot \bar{c}(m) \}$ и $\{ W_{\text{фиб}}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \cdot \bar{w}(m) \}$, являющихся, соответственно, допустимыми фибоначчиевыми скоростями света в вакууме и допустимыми относительными фибоначчиевыми скоростями для преобразований Фибоначчи-Лоренца на T^4 , **счётно**, при этом множество чисел $\{ c_0 \}$ **всюду плотно** на положительной полуоси.

Пример 1. Пусть для приведённого преобразования Лоренца $f_0: T^4 \rightarrow T^4$ дана скорость света в вакууме $c_0 = \sqrt{\frac{6}{2}} \approx 1.73205$. Требуется найти для приведённого преобразования Фибоначчи-Лоренца $f_{\text{фиб}}: T^4 \rightarrow T^4$ соответствующее этой скорости света c_0 дискретные функции $C_{\text{фиб}}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \cdot \bar{c}(m)$ и $W_{\text{фиб}}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \cdot \bar{w}(m)$ в зависимости от дискретного параметра самоорганизации $\psi = \psi(m)$.

Решение. Обозначим числитель и знаменатель в подкоренном выражении для для $c_0 = \sqrt{\frac{6}{2}} \approx 1.73205$ через $\alpha = 6, \beta = 2$. Сократим дробь $\frac{6}{2}$ на общий множитель, который в данном случае равен 2(двум). Обозначим числитель и знаменатель вновь полученной дроби через $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$. Тогда имеем $\bar{\alpha} = 3, \bar{\beta} = 1$, и, следовательно, $c_0 = \sqrt{\frac{6}{2}} = \sqrt{\frac{3}{1}}$.

Далее по числу $c_0 = \sqrt{\frac{3}{1}}$, где $\bar{\alpha} = 3, \bar{\beta} = 1$, для параметра стратификации m найдём счётное множество его целочисленных элементов, то есть представим m в виде: $m = \{m_1, m_2, \dots, m_k, \dots\}$, $m_k \geq 2$, где m_1 -наименьший элемент.

Но тогда, согласно шага 2 (пункт 2.1.4), для нахождения наименьшего элемента m_1 нужно указать наименьшее целочисленное положительное решение (m_1, r_1) уравнения Пелля (2.10) $m^2 - (\bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}) \cdot r^2 = 1$, которое в нашем случае имеет вид: $m^2 - 3 \cdot r^2 = 1$.

Для этого сначала нужно разложить число $\sqrt{\bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}}$ в бесконечную цепную периодическую дробь с периодом $l \geq 1$, то есть представить это число в виде (2.11) $\sqrt{\bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}} = [a_0; (a_1, a_2, \dots, a_{l-1}, a_l)]$, где l -число элементов в выражении $(a_1, a_2, \dots, a_{l-1}, a_l)$.

В данном случае цепная дробь для $\sqrt{3 \cdot 1}$ имеет период $l=2$ (чётное число) и задаётся в виде: $\sqrt{\bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}} = \sqrt{3 \cdot 1} = \sqrt{3} = [1; (1, 2)]$, где $a_0 = 1, (a_1 = 1, a_2 = 2)$.

Положим $P_{-1}=1, Q_{-1}=0$ и $P_0=a_0, Q_0=1$. Тогда получаем:

$$\left\{ \begin{array}{ll} P_{-1}=1, & Q_{-1}=0, \\ P_0=a_0, & Q_0=1, \\ P_1=a_1 \cdot P_0 + P_{-1}, & Q_1=a_1 \cdot Q_0 + Q_{-1}, \\ P_2=a_2 \cdot P_1 + P_0, & Q_2=a_2 \cdot Q_1 + Q_0, \\ \dots & \dots \\ P_k=a_k \cdot P_{k-1} + P_{k-2}, & Q_k=a_k \cdot Q_{k-1} + Q_{k-2} \end{array} \right.$$

Отсюда наименьшее положительное целочисленное решение (m_1, r_1) уравнения Пелля

$m^2 - (\bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}) \cdot r^2 = 1$ определяется следующим образом: ($m_1 = P_{l-1}$, $r_1 = Q_{l-1}$), если период l -чётный, ($m_1 = P_{2l-1}$, $r_1 = Q_{2l-1}$), если период l -нечётный.

В нашем случае период $l=2$ – чётное число, поэтому наименьшее положительное решение (m_1, r_1) уравнения Пелля $m^2 - 3 \cdot r^2 = 1$ определяется следующим образом:

($m_1 = P_{l-1} = P_1$, $r_1 = Q_{l-1} = Q_1$), где

$$\begin{cases} P_{-1} = 1, & Q_{-1} = 0, \\ P_0 = a_0 = 1, & Q_0 = 1, \\ m_1 = P_1 = a_1 \cdot P_0 + P_{-1} = 1 \cdot 1 + 1 = 2, & r_1 = Q_1 = a_1 \cdot Q_0 + Q_{-1} = 1 \cdot 1 + 0 = 1, \end{cases}$$

то есть $m_1 = 2$, $r_1 = 1$.

Далее, согласно шага 3 (соотношение 2.14), находим числа $n_1 = r_1 \cdot \bar{\alpha}$, $p_1 = r_1 \cdot \bar{\beta}$, то есть, поскольку в нашем случае $\bar{\alpha} = 3$, $\bar{\beta} = 1$, $m_1 = 2$, $r_1 = 1$, то $n_1 = 1 \cdot 3 = 3$, $p_1 = 1 \cdot 1 = 1$.

Отсюда окончательно получаем, что есть $m_1 = 2$, $p_1 = 1$.

Для нахождения элементов $m_2, m_3, \dots, m_k, \dots$, согласно (2.16), нужно воспользоваться соотношениями $(m_1 + c_0 \cdot p_1)^k = m_k + c_0 \cdot p_k$, $c_0 = \sqrt{\frac{\bar{\alpha}}{\bar{\beta}}} = \sqrt{\frac{3}{1}}$, где $k = \overline{1, \infty}$

В нашем случае соотношение (2.16) переписывается в виде: $(2 + \sqrt{3} \cdot 1)^k = m_k + \sqrt{3} \cdot p_k$, $k = \overline{1, \infty}$, откуда ($m_1 = 2$, $p_1 = 1$), ($m_2 = 7$, $p_2 = 4$), ($m_3 = 26$, $p_3 = 15$), ($m_4 = 97$, $p_4 = 56$), ($m_5 = 362$, $p_5 = 209$), ($m_6 = 1351$, $p_6 = 780$), ($m_7 = 5042$, $p_7 = 2911$), ($m_8 = 18817$, $p_8 = 10864$), ($m_9 = 70226$, $p_9 = 40545$), ($m_{10} = 262087$, $p_{10} = 151316$),

Итак получаем, что параметр стратификации m для $c_0 = \sqrt{3}$ принимает значения: $m = \{m_1 = 2, m_2 = 7, m_3 = 26, m_4 = 97, m_5 = 362, m_6 = 1351, m_7 = 5042, m_8 = 18817, m_9 = 70226, m_{10} = 262087\}$.

По данной величине $c_0 = \sqrt{3}$ и допустимым значениям параметра стратификации m , полученным для приведённых преобразований Лоренца $f_o: T^4 \rightarrow T^4$, найдём далее для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца $f_{фиб}: T^4 \rightarrow T^4$ дискретные функции

$$C_{фиб}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \cdot \bar{c}(m), \quad W_{фиб}(m) = \frac{C_0}{\Phi} \cdot \bar{w}(m), \quad \text{где } \bar{c}(m) = \sqrt{\frac{sFs[\psi(m)]}{sFs[\psi(m) - 2]}}, \quad \bar{w}(m) = \frac{sFs[\psi(m)]}{m},$$

$$\psi(m) = 1 + \frac{1}{\ln[\Phi]} \cdot \ln \left[\frac{\sqrt{5} \cdot m + \sigma \cdot \sqrt{5 \cdot m^2 - 4}}{2} \right], \quad 1 \leq m < +\infty, \quad \sigma = \pm 1.$$

Численные значения и графики для $C_{фиб}(m)$ и $W_{фиб}(m)$ при $c_0 = \sqrt{3}$, $\sigma = +1$ («светлые века материальной Вселенной»)

см. таблицу 1, а при $c_0 = \sqrt{3}$, $\sigma = -1$ («чёрная дыра из антиматерии») - таблицу 2.

Таблица 1 ($c_0 = \sqrt{3} \approx 1.73205$, $\sigma = +1$). «Светлые века материальной Вселенной»

m	$\psi = \psi(m)$	$\bar{c}(m)$	$\bar{w}(m)$	$C_{фиб}(m)$	$W_{фиб}(m)$
2	4	1.73205	1.5	1.85410	1.60570
7	6.70751	1.62554	1.60887	1.74009	1.72224
26	9.44227	1.61857	1.61737	1.73262	1.73134
97	12.1789	1.61807	1.61799	1.73209	1.73200
362	14.9156	1.61804	1.61803	1.73205	1.73205
1351	17.6524	1.61803	1.61803	1.73205	1.73205
5042	20.3891	1.61803	1.61803	1.73205	1.73205
18817	23.1259	1.61803	1.61803	1.73205	1.73205
70226	25.8626	1.61803	1.61803	1.73205	1.73205
262087	28.5994	1.61803	1.61803	1.73205	1.73205

Выводы. Для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца, заданных на торе T^4 при $c_0 = \sqrt{3} \approx 1.73205$, для «светлых веков материальной Вселенной» получаем

следующие результаты: 1).Если $\psi \rightarrow +\infty$, то $C_{\text{фиб}}(\psi) \rightarrow c_0$, $W_{\text{фиб}}(\psi) \rightarrow c_0$; 2). ψ меняется дискретно, откуда $C_{\text{фиб}}(\psi)$ и $W_{\text{фиб}}(\psi)$ являются дискретными функциями.

Таблица 2 ($c_0 = \sqrt{3} \approx 1.73205, \sigma = -1$). «Черная дыра из антиматерии»

m	$\psi = \psi(m)$	$\bar{c}(m)$	$\bar{w}(m)$	$C_{\text{фиб}}(m)$	$W_{\text{фиб}}(m)$
2	-2	0.57735	-0.5	0.618034	-0.535233
7	-4.70751	0.615179	-0.608870	0.658529	-0.651774
26	-7.44227	0.617829	-0.617372	0.661366	-0.660876
97	-10.1789	0.618019	-0.617986	0.661569	-0.661534
362	-12.9156	0.618033	-0.618031	0.661583	-0.661581
1351	-15.6524	0.618034	-0.618034	0.661584	-0.661584
5042	-18.3891	0.618034	-0.618034	0.661585	-0.661585
18817	-21.1259	0.618034	-0.618034	0.661585	-0.661585
70226	-23.8626	0.618034	-0.618034	0.661585	-0.661585
262087	-26.5993	0.618034	-0.618034	0.661585	-0.661585

Выводы. Для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца, заданных на торе T^4 при $c_0 = \sqrt{3} \approx 1.73205$, для «чёрной дыры из антиматерии» получаем следующие результаты: 1).Если $\psi \rightarrow -\infty$, то $C_{\text{фиб}}(\psi) \rightarrow \frac{C_0}{\Phi^2}$, $W_{\text{фиб}}(\psi) \rightarrow -\frac{C_0}{\Phi^2}$, где $\frac{C_0}{\Phi^2} = 0.661585$, $c_0 = \sqrt{3} \approx 1.73205$, Φ -золотое сечение; 2). ψ меняется дискретно, откуда $C_{\text{фиб}}(\psi)$ и $W_{\text{фиб}}(\psi)$ являются дискретными функциями.

Замечание. При $c_0 = \sqrt{3} \approx 1.73205$ для «тёмных веков материальной Вселенной» параметр самоорганизации меняется в пределах $\{0 < \psi < 2\}$, поэтому, как было указано выше, приведённые преобразования Фибоначчи-Лоренца задаются в вещественном шестимерном пространстве (открытая модель), поскольку в этом случае временная координата t и продольная координата x являются комплексными величинами, а две оставшиеся пространственные координаты y, z остаются вещественными.

Поэтому после подстановки при $\psi \in (0; 2)$ этих величин в (1.11) и выделения действительных и мнимых частей получим **вещественное приведённое шестимерное преобразование Фибоначчи-Лоренца**, действующее в **вещественном шестимерном пространстве** с координатами $(\text{Re}(t), \text{Im}(t), \text{Re}(x), \text{Im}(x), y, z)$. В интервале $\psi \in (0; 2)$ можно говорить лишь о вещественной **непрерывной** функции $W_{\text{фиб}}(\psi) = \frac{C_0}{\Phi} \bullet \bar{w}(\psi)$ - **относительной фибоначчевой скорости**, при этом параметр самоорганизации ψ (и, следовательно, **время самоорганизации** $T = a \bullet \psi$) меняется **непрерывно**.



На рисунке 8 для допустимого значения $c_0 = \sqrt{3}$ приведены следующие графики:

1). При $\psi \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца на торе T^4 (замкнутая модель) приведены совмещённые графики дискретных функций

$C_{\text{фиб}}(\psi) = \frac{C_0}{\Phi} \bullet \bar{c}(\psi)$, $W_{\text{фиб}}(\psi) = \frac{C_0}{\Phi} \bullet \bar{w}(\psi)$, при этом $C_{\text{фиб}}$ - верхние точечные ветви, а $W_{\text{фиб}}$ - точечные ветви, расположенные слева и ниже $C_{\text{фиб}}$, а справа график $W_{\text{фиб}}$ расположен под графиком $C_{\text{фиб}}$. При $\psi \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ параметр самоорганизации ψ принимает

дискретные значения, взятые из таблиц 1 и 2 в зависимости от допустимых значений целочисленного параметра стратификации $m, \sigma = \pm 1$.

2). При $\psi \in (0;2)$ для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца в шестимерном вещественном пространстве (открытая модель) представлен график непрерывной функции $W_{\text{фиб}}(\psi) = \frac{C_0}{\Phi} \cdot \bar{w}(\psi)$ (сплошная линия), при этом при $\psi \in (0;2)$ параметр самоорганизации ψ меняется непрерывно.

3). Значение $\psi = 0$ соответствует сингулярности -«Большому взрыву». Обозначение: 
Значение $\psi = 2$ (точка бифуркации) - переход от тёмного периода к светлому периоду.
Обозначение: 

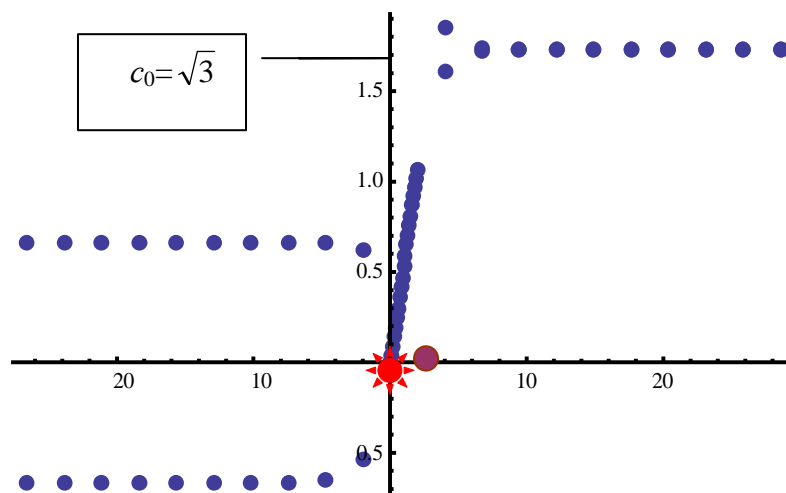


Рисунок 8. Ось абсцисс: ψ . Ось ординат: 1) дискретные функции $c_{\text{фиб}}(\psi), w_{\text{фиб}}(\psi)$ при $c_0 = \sqrt{3}$ для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца на торе T^4 при $\psi \in (-\infty;0) \cup (2;+\infty)$; 2) непрерывная функция $w_{\text{фиб}}(\psi)$ при $c_0 = \sqrt{3}$ для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца в шестимерном пространстве при $\psi \in (0;2)$.

Резюме для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца на торе T^4

Наша модель для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца на торе T^4 при любых допустимых для приведённых преобразований Лоренца на торе T^4 скоростях света в вакууме c_0 , имеет следующие свойства:

1). Параметр стратификации m в зависимости от c_0 принимает дискретные значения $\{m_1, m_2, \dots, m_k, \dots\}$, являющиеся подмножеством целых чисел $\{2, 3, 4, \dots\}$.

2). Параметр самоорганизации (угол фибоначчиевского поворота) $\psi = \psi(m)$ при каждом допустимом c_0 принимает для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца на торе T^4 счётное подмножество вещественных дискретных значений, при этом для «чёрной дыры из антиматерии» параметр самоорганизации находится в пределах $\{-\infty < \psi \leq -2\}$, а для «светлых веков материальной Вселенной» - в пределах $\{4 \leq \psi < +\infty\}$.

3). Функции $c_{фиб}(\psi)$, $w_{фиб}(\psi)$ являются дискретными¹⁵.

4). Какие бы два разных допустимых для приведённых преобразований Лоренца на T^4 значений c_0 , c'_0 , ни взять и реализовать по ним для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца на T^4 соответствующие дискретные функции $c_{фиб}(\psi)$, $w_{фиб}(\psi)$ и $c'_{фиб}(\psi)$, $w'_{фиб}(\psi)$, то $c_{фиб}(\psi) \cap c'_{фиб}(\psi) = \emptyset$, $w_{фиб}(\psi) \cap w'_{фиб}(\psi) = \emptyset$, где через \emptyset обозначено пустое множество.

5). Для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца на торе T^4 при $\{0 < \psi < 2\}$ «тёмные века материальной Вселенной» не реализуются.

6). «Тёмные века материальной Вселенной» при $\{0 < \psi < 2\}$ реализуются для вещественных шестимерных приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца Вселенной» (открытая модель), при этом при $\psi \in (0; 2)$ параметр самоорганизации ψ и время самоорганизации $T = a \cdot \psi$ меняются непрерывно и существует непрерывная

функция $w_{фиб}(\psi) = \frac{c_0}{\phi} \cdot \bar{w}(\psi)$.

Заключение.

В предлагаемой модели для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца на четырёхмерном торе T^4 при $\psi \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ (замкнутая модель) и в вещественном шестимерном пространстве при $\psi \in (0; 2)$ (открытая модель), где ψ -параметр самоорганизации, мы интерпретировали полученные результаты таким образом, что после «Большого взрыва» возникла не одна, а счётное множество разных «материальных Вселенных и чёрных дыр».

Согласно нашей модели, основными характеристиками каждого из таких объектов (назовём эти объекты c_0 -Вселенными) являются следующие функции: «фибоначчиевая скорость света в вакууме» $c_{фиб} = c_{фиб}(\psi)$ и «относительная фибоначчиевая скорость» $w_{фиб} = w_{фиб}(\psi)$, однозначно определяемые по допустимой скорости света в вакууме c_0 (как параметра)¹⁶ для приведённых преобразований Лоренца четырёхмерном торе T^4 .

При этом для каждой c_0 -Вселенной предполагается, что время самоорганизации T с момента «Большого взрыва» ($T=0$) связано с параметром самоорганизации ψ с помощью формулы $T = a \cdot \psi$, где $a = a(c_0) > 0$ – коэффициент пропорциональности.

¹⁵ Для нашей «материальной Вселенной» и «чёрной дыры» мы, согласно (1.12), полагаем, что время самоорганизации T [млрд. лет] определяется по формуле: $T = a \cdot \psi$, где $a = 0.1$ [млрд. лет]. Наша модель состоит в том, что эта формула при любом допустимом c_0 сохраняется для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца на торе T^4 , хотя при этом коэффициент пропорциональности a не обязательно равен 0.1 [млрд. лет]. Но тогда из-за дискретности ψ для приведённых преобразований Фибоначчи-Лоренца, заданных на торе T^4 , непосредственно получаем, что время самоорганизации T при любом допустимом значении c_0 будет меняться дискретно.

¹⁶ Напомним, что согласно свойству 2.4 в пункте 2.1.3, вещественное число $c_0 > 0$ является допустимой скоростью света в вакууме для приведённых преобразований Лоренца на T^4 тогда и только тогда, когда c_0

является иррациональным числом, квадратным корнем из положительного рационального числа $\frac{\alpha}{\beta}$, где

α, β – ненулевые целые числа одинакового знака.

Сценарий эволюции для каждой c_0 -**Вселенной**, который мы предлагаем, проходит по одинаковому образцу: сразу после «Большого взрыва» возникает **две противоположно направленные стрелы времени** - положительная стрела времени $T=a \cdot \psi > 0$ и отрицательная стрела времени $T=a \cdot \psi < 0$, характеризующие, соответственно, эволюцию c_0 -**материальной Вселенной** и эволюцию c_0 -**чёрной дыры** из антиматерии.

Эволюция каждой c_0 -**материальной Вселенной** протекает по следующему единообразному сценарию. Сначала с момента $T=0$ (соответственно, $\psi=0$) до момента $T=a \cdot 2$ (то есть до момента $\psi=2$) был **тёмный период**(**тёмные века**), не было звёзд, хотя уже образовались элементарные частицы. Это был переходный период (период релаксации). В этот период пространство-время было **вещественным шестимерным** (открытая модель), **время самоорганизации T** (соответственно, **параметр самоорганизации ψ**) «текли» **непрерывно** и, соответственно, **непрерывной** была **относительная фибоначчиевая скорость** $w_{фиб} = w_{фиб}(\psi)$, которая возрастала от значения $w_{фиб}=0$ до $w_{фиб}=\frac{C_0}{\Phi}$.

Далее при дальнейшей эволюции c_0 -материальной Вселенной следует переход от **тёмного периода** через бифуркационную точку $T=a \cdot 2$ (то есть через $\psi=2$) к **светлому периоду** $\psi > 2$ материальной Вселенной, когда зажглись первые звёзды, осветившие Вселенную и при таком переходе пространство-время от вещественного шестимерного (открытая модель) становится **четырёхмерным тором T^4** (замкнутая модель).

Время самоорганизации T (соответственно, параметр самоорганизации ψ) начинает «течь» **дискретно**, что вызывает, соответственно, **дискретное** убывание положительной **фибоначчиевой скорости света в вакууме $c_{фиб}$** от больших значений до значений, близких к c_0 , и **дискретное** возрастание положительной **относительной фибоначчиевой скорости $w_{фиб}$** от значений, близких к $\frac{C_0}{\Phi}$, до значений, близких к c_0 , при этом при $\psi \rightarrow +\infty$ $C_{фиб}(\psi) \rightarrow c_0$, $w_{фиб}(\psi) \rightarrow c_0$, и за весь этот светлый период $C_{фиб}(\psi) > w_{фиб}(\psi)$.

Что касается отрицательной стрелы времени самоорганизации $T = T = a \cdot \psi < 0$ (то есть $\psi < 0$) и рождения c_0 -**чёрной дыры** из антиматерии, то пространство-время сразу стало **четырёхмерным тором T^4** (замкнутая модель) и время самоорганизации T (соответственно, параметр самоорганизации ψ) стали «течь» **дискретно**.

Это, в свою очередь, вызвало при возрастании ψ в отрицательную сторону **дискретное** возрастание положительной **фибоначчиевой скорости света в вакууме $c_{фиб}$** от малых положительных значений до значений, близких к $\frac{C_0}{\Phi^2}$, а для отрицательной

относительной фибоначчиевой скорости $w_{фиб}$ - **дискретное** убывание от значений, близких к нулю, до значений, близких к $(-\frac{C_0}{\Phi^2})$, при этом при $\psi \rightarrow -\infty$ $C_{фиб}(\psi) \rightarrow \frac{C_0}{\Phi^2}$,

$w_{фиб}(\psi) \rightarrow -\frac{C_0}{\Phi^2}$ и за весь этот период $C_{фиб}(\psi) > |w_{фиб}(\psi)|$.

Вышеописанный сценарий с рождением и эволюцией c_0 -Вселенных схематически можно изобразить на **рисунке 9**.

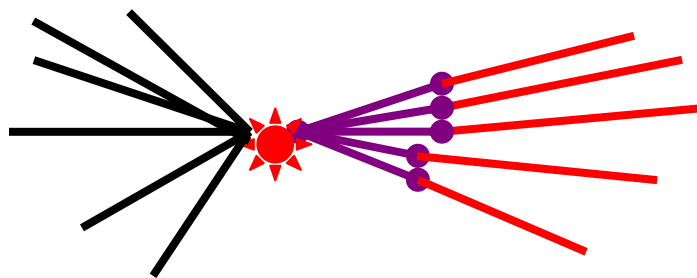







Рисунок 9 . c_0 – Вселенные.

На рисунке 9 приняты следующие обозначения.

- 1)  - **тёмные периоды** , разные для разных **материальных Вселенных**. Соответствуют **параметру самоорганизации** $0 < \psi < 2$.
- 2)  – **светлые периоды** , разные для разных **материальных Вселенных**. Соответствуют **параметру самоорганизации** $2 < \psi < +\infty$.
- 3)  - **чёрные дыры из антиматерии**. Соответствуют **параметру самоорганизации** $-\infty < \psi < 0$.
- 4)  - первая бифуркация: сингулярность, называемая «**Большим взрывом**». Соответствует **параметру самоорганизации** $\psi = 0$.
- 5)  - вторая бифуркация: переход от тёмных периодов к светлым периодам разных материальных Вселенных. Соответствует **параметру самоорганизации** $\psi = 2$.

Такая ситуация в определённом смысле согласуется с теорией **Хью Эверетта** и **Андрея Линде** [19] о бесконечном множестве **фрактальных**¹⁷ Вселенных, родившихся в результате «**Большого взрыва**» (рисунок 10).

¹⁷ **Фракталы** - геометрические фигуры, полученные путем дробления на части, подобные целому, но имеющие свои отличительные черты. **Самоподобие** - основное определение **фрактала**, "**фрактальный**" означает "дробный". Основная фигура, необязательно геометрически правильной формы, многократно повторяется, причем в разных масштабах



Рисунок 10. Фрактальные Вселенные

Приведём по этому поводу выдержку из статьи [17], написанную по материалам лекции **Андрея Линде** (смотри также саму лекцию **Андрея Линде** «Многоликая Вселенная» [19]). **Рисунок 10** взят из статьи [17].

*«В 1957 году выпускник Принстонского университета **Хью Эверетт** поразил своих коллег темой своей докторской диссертации о расщеплении миров. Вот ее суть: каждый миг каждая Вселенная расщепляется на непредставимое количество себе подобных, а уже в следующий миг каждая из этих новорожденных расщепляется точно таким же образом....»*

*В 1980-е у многих физиков уже созрело убеждение, что идея параллельных Вселенных может стать одним из краеугольных камней новой парадигмы науки о структуре мироздания. И главным поборником этой красивой идеи стал **Андрей Линде**. Наш бывший соотечественник, сотрудник Физического института им. Лебедева Академии наук. Ныне - профессор физики Стэнфордского университета.*



Андрей Дмитриевич Линде. 10 июня 2007 года, Москва, ФИАН

***Линде** строит свои рассуждения на базе модели Большого Взрыва, в результате которого возник молниеносно расширяющийся пузырек - зародыш нашей Вселенной. Но если какое-то космическое яйцо оказалось способным породить Вселенную, то почему нельзя предположить возможность существования других подобных яиц? Задавшись этим вопросом, **Линде** построил модель, в которой инфляционные (inflation - раздувание) Вселенные возникают непрерывно, отпочковываясь от своих родительниц.*

Космос, согласно Линде, состоит из множества раздувающихся шаров, которые дают начало таким же шарам, а те, в свою очередь, рожают подобные шары в еще больших количествах, и так до бесконечности. В пространстве они разнесены настолько далеко, что не чувствуют присутствия друг друга. Но они - части одного и того же физического мира.

Для иллюстрации можно представить себе некий резервуар, заполненный водой во всех возможных агрегатных состояниях. Там будут жидкие зоны, глыбы из льда и пузыри пара - их и можно считать аналогами параллельных Вселенных инфляционной модели. Она представляет мир как огромный фрактал, состоящий из однородных кусков с разными свойствами.....

Сегодня астрофизики предполагают, что наилучшим кандидатом на эту теорию является теория суперструн. Она не только объясняет процессы расширения Вселенной, но и подтверждает существование других Вселенных, находящихся рядом с нами. Ведь «космические струны» представляют собой искажения пространства и времени и могут быть больше, чем сама Вселенная, хотя толщина их не превышает размеров атомного ядра. Тем не менее, несмотря на удивительную математическую красоту и целостность, теория струн пока не нашла экспериментального подтверждения. Вся надежда - на Большой адронный коллайдер. Ученые ждут от него не только открытия частицы Хиггса, но и некоторых суперсимметричных частиц. Это будет серьезной поддержкой теории струн, а значит, и других миров» .

ДОПОЛНЕНИЕ 1. Релятивистская динамика «золотой» интерпретации специальной теории относительности

Главная формула Альберта Эйнштейна, к которой он пришёл на основе классической СТО, использующей преобразования Лоренца (например, взятые в виде приведённых преобразований Лоренца (1.1)), и которые не учитывают тёмный период эволюции Вселенной, имеют вид:

$$E = \mu \cdot c_0^2 = [\mu_0 \cdot ch(\theta)] \cdot c_0^2 = \left[\mu_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c_0)^2}} \right] \cdot c_0^2, \quad (0.1)$$

Здесь:

- 1). **E -полная энергия тела** (или системы тел), из каких бы видов энергии она не состояла (кинетической, электрической, химической и так далее)¹⁸;
 - 2). c_0 -эйнштейновская **скорость света в вакууме** ;
 - 3). θ ($-\infty < \theta < +\infty$) - **угол гиперболического поворота**;
 - 4). v - **относительная лоренцевая скорость**;
 - 5). μ - **масса движущегося тела** с относительной лоренцевой скоростью v при соответствующем угле гиперболического поворота θ ;
 - 6). μ_0 - **масса покоя тела**, соответствующая $v=0$ (аналогично, $\theta=0$).
- Из (0.1) имеем

$$\mu = \mu_0 \cdot ch(\theta) = \frac{\mu_0}{\sqrt{1 - (v/c_0)^2}}, \quad (0.2)$$

откуда $\mu_0 = \min_{-\infty < \theta < +\infty} [\mu] = \mu_0 \cdot ch(0) = \mu_0 \cdot 1$.

¹⁸ Отметим, что в полную энергию E не включена потенциальная энергия тела во внешнем поле, если таковое действует во внешнем поле.

В данной статье вместо приведённых преобразований Лоренца (1.1) рассматриваются **приведённые преобразования Фибоначчи-Лоренца** (1.11), **учитывающие при $\psi \in (0;2)$ тёмный период** эволюции Вселенной, где ψ - **угол фибоначчиевого поворота**, который назван также **параметром самоорганизации**, при этом связь между θ и ψ осуществляется по формулам (1.8) (рисунки 2 и 3).

В силу (1.5), для $\theta \neq 0$ при всех $\psi \in (-\infty;0) \cup (2;+\infty)$ безразмерные величины θ и ψ связаны соотношениями $ch(\theta) = cFs(\psi - 1)$, а при $\theta = 0$, то есть когда $ch(0) = 1$, при всех $\psi \in (0;2)$ снова используется функция $cFs(\psi - 1)$, при этом для граничных значений $\psi = 0$ и $\psi = 2$ автоматически получаем $cFs(0 - 1) = cFs(2 - 1) = 1$.

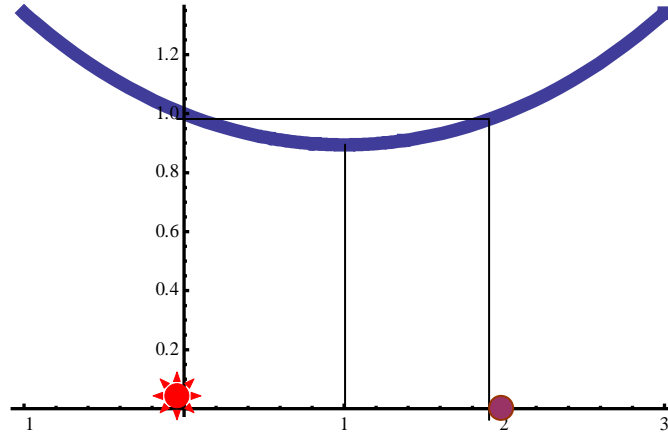


Рисунок 11. Ось абцисс: ψ . Ось ординат: $cFs(\psi - 1)$.

Но тогда, в силу (0.2) и тождества $ch(\theta(\psi)) \equiv cFs(\psi - 1)$, выполняемого при всех $\{-\infty < \psi < 0\} \cup \{2 < \psi < +\infty\}$, получаем, что при всех таких ψ выполняется соотношение:

$$\mu = \mu(\psi) = \mu_0 \cdot ch[\theta(\psi)] \equiv \mu_0 \cdot cFs(\psi - 1). \quad (0.2)$$

Что же касается **тёмных веков (то есть переходного периода) $\{0 < \psi < 2\}$** эволюции **материальной Вселенной** для массы тела μ классические приведённые преобразования Лоренца (1.1) в **вещественной области не работают**, но в **вещественной области работают приведённые преобразования Фибоначчи-Лоренца** (1.11).

В этом случае для тех ψ , при которых образовались **первые наделённые массой μ материальные тела**, **наша гипотеза** состоит в том, что аналогично (0.2) для таких тел также имеет место формула

$$\mu = \mu(\psi) = \mu_0 \cdot cFs(\psi - 1). \quad (0.3)$$

Но тогда с учётом **тёмного периода материальной Вселенной** при всех $-\infty < \psi < +\infty$ можно говорить о **самой минимальной массе**, которую назовём «**фибоначчиевой массой покоя**» и которая достигается при $\psi = 1$, поскольку

$$\min_{-\infty < \psi < +\infty} [cFs(\psi - 1)] = cFs(1 - 1) = cFs(0) = \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0.8944. \quad (0.4)$$

Обозначим через $\mu_0^{\text{фиб}}$ **фибоначчиевую массу покоя тела**, тогда, согласно (0.3) и (0.4), получаем:

$$\mu_0^{\text{фиб}} = \min_{-\infty < \psi < +\infty} [\mu(\psi)] = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \mu_0 \approx 0.8944 \cdot \mu_0 \quad (0.5)$$

В частности, **фибоначчиевая масса покоя электрона** в системе СИ в этом случае должна быть равна величине:

$$\mu_e^{\text{фиб}} = \mu_e \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = 0.911 \cdot 10^{-30} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = 0.8148 \cdot 10^{-30} \text{ [кг]} \quad (0.6)$$

Аналогично, с учётом **тёмного периода** $\{ 0 < \psi < 2 \}$ будем говорить о **полной фибоначчиевой энергии тела**

$$E_{\text{фиб}} = \mu \cdot c_0^2 = [\mu_0 \cdot cFs(\psi - 1)] \cdot c_0^2 \quad (0.7)$$

где c_0 -эйнштейновская скорость света в вакууме.¹⁹

Отсюда **фибоначчиевая энергия покоя тела** находится по формуле:

$$E_0^{\text{фиб}} = \mu_0^{\text{фиб}} \cdot c_0^2 = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \mu_0 \cdot c_0^2 \approx 0.8944 \cdot \mu_0 \cdot c_0^2 \quad (0.8)$$

ДОПОЛНЕНИЕ 2. Релятивистская динамика классической СТО при продолжении угла гиперболического поворота θ в комплексную область

Непосредственно устанавливается, что **гиперболический угол поворота** $\theta = \theta(\psi)$ в **приведённых преобразованиях Лоренца** (1.1), который для $\theta \neq 0$ при всех $\psi \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ является **вещественной величиной** (см. **рисунок 3**) и имеет, согласно второму соотношению из (1.8), вид

$$\theta = \theta(\psi) = \ln[cFs(\psi - 1) + \sigma \cdot \sqrt{[cFs(\psi - 1)]^2 - 1}], \quad \sigma = \text{sign}(\psi), \quad (0.9)$$

при продолжении $\theta = \theta(\psi)$ для значений $\psi \in (0; 2)$ в **комплексную область** является **мнимой многозначной функцией**. Эта функция $\theta = \theta(\psi)$ при $\psi \in (0; 2)$ имеет вид:

$$\theta = \theta(\psi) = i \cdot [\varphi(\psi) + 2\pi k], \quad (0.10)$$

где $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; 0 < \varphi(\psi) < \arctg(\frac{1}{2}) \approx 0.463648$, $i = \sqrt{-1}$ - мнимая единица,

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi(\psi) = \arctg\left[\frac{\sqrt{1 - [cFs(\psi - 1)]^2}}{cFs(\psi - 1)}\right], \\ sh[\theta(\psi)] = i \cdot \sin[\varphi(\psi)] = i \cdot \sqrt{1 - [cFs(\psi - 1)]^2}, \\ ch[\theta(\psi)] = \cos[\varphi(\psi)] = cFs(\psi - 1), \\ th[\theta(\psi)] = i \cdot tg[\varphi(\psi)] = i \cdot \frac{\sqrt{1 - [cFs(\psi - 1)]^2}}{cFs(\psi - 1)}. \end{array} \right. \quad (0.11)$$

На **рисунке 12** изображён график функции $\varphi = \varphi(\psi)$.

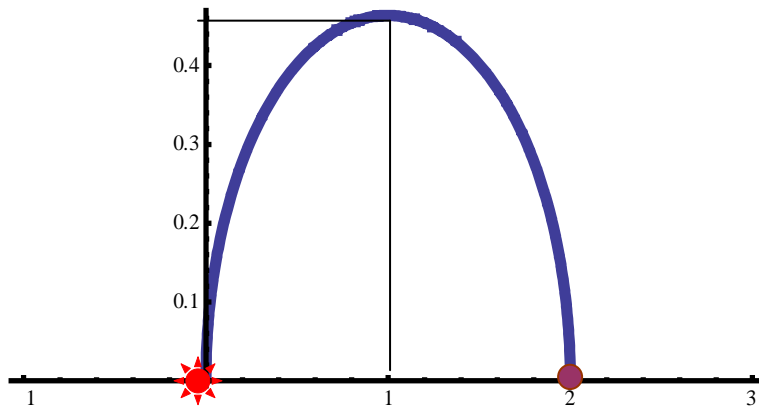


Рисунок 12. Ось абцисс: ψ . Ось ординат: $\varphi = \varphi(\psi)$

¹⁹ Тот факт, что **эйнштейновская скорость света в вакууме** c_0 будет иметь то же самое значение и для **тёмного периода**, будет обосновано в дополнении 2 к данной статье.

Отсюда для **приведённых преобразований Лоренца**(1.1) , в силу(1.2) ,(0.10), (0.11) , при $\psi \in (0;2)$ получаем

$$m = ch[\theta(\psi)] = \cos[\varphi(\psi)], \quad p = \frac{1}{C_0} \cdot sh[\theta(\psi)] = i \cdot \frac{1}{C_0} \cdot \sin[\varphi(\psi)],$$

$$n = C_0 \cdot sh[\theta(\psi)] = i \cdot C_0 \cdot \sin[\varphi(\psi)].$$

Но тогда для всего интервала $\psi \in (0;2)$ получаем, что **эйнштейновская скорость света в вакууме** по-прежнему сохраняется и является **вещественным числом**

$$C_0 = \sqrt{\frac{n}{p}} = \sqrt{\frac{i \cdot C_0 \cdot \sin[\varphi(\psi)]}{i \cdot \frac{1}{C_0} \cdot \sin[\varphi(\psi)]}} \equiv C_0 = const, \quad (0.12)$$

а **относительная лоренцевая скорость** v является **мнимой величиной** , поскольку

$$v = \frac{n}{m} = \frac{i \cdot C_0 \cdot \sin[\varphi(\psi)]}{\cos[\varphi(\psi)]} = i \cdot C_0 \cdot tg[\varphi(\psi)] = i \cdot C_0 \cdot \frac{\sqrt{1 - [cFs(\psi-1)]^2}}{cFs(\psi-1)} \quad (0.13)$$

Из (0.13) получаем, что при $\psi \rightarrow 0+0$ и $\psi \rightarrow 2-0$ **относительная лоренцевая скорость** $v \rightarrow 0$. Учитывая , что при $\psi \in (-\infty;0) \cup (2;+\infty)$ для **приведённых преобразований Лоренца** (1.1) выполняются соотношения

$$m = ch[\theta(\psi)] = cFs(\psi-1), \quad p = \frac{1}{C_0} \cdot sh[\theta(\psi)] = \frac{1}{C_0} \cdot \sigma \cdot \sqrt{[cFs(\psi-1)]^2 - 1},$$

$$n = C_0 \cdot sh[\theta(\psi)] = C_0 \cdot \sigma \cdot \sqrt{[cFs(\psi-1)]^2 - 1},$$

где $\sigma = sign(\psi)$, $\sqrt{\frac{n}{p}} = C_0$, то при $\psi \rightarrow 0-0$ и $\psi \rightarrow 2+0$ получаем, что

$$v = \frac{n}{m} = \frac{C_0 \cdot \sigma \cdot \sqrt{[cFs(\psi-1)]^2 - 1}}{cFs(\psi-1)} \rightarrow 0.$$

Но тогда при $\psi = 0$ и $\psi = 2$ получаем $v=0$, при этом для всех $\psi \in (-\infty;+\infty)$ вещественная константа C_0 сохраняется . При $\psi = 1$ вещественная функция $cFs(\psi-1)$ достигает своего **абсолютного минимума** , равного $\frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0.8944$ (см. соотношение(0.4) и **рисунок 11**).

Поскольку при $\psi = 1$, в силу (0.11), $tg[\varphi(1)] = \frac{1}{2}$, то, согласно (0.13), в этом случае

$$v = i \cdot C_0 \cdot tg[\varphi(1)] = i \cdot \frac{C_0}{2}.$$

Отметим также, что при $\psi = 1$ получаем

$$\varphi(1) = arctg\left(\frac{1}{2}\right) \approx 0.46365, \quad \theta = i \cdot \left[arctg\left(\frac{1}{2}\right) + 2\pi k\right], \quad ch[\theta(\psi=1)] = cFs(1-1) = \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0.8944,$$

где $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Отсюда получаем при $\psi \in (0;2)$

$$E_{\text{фин}} = \mu \cdot C_0^2 = [\mu_0 \cdot \cos[\varphi(\psi)]] \cdot C_0^2 \quad (0.14)$$

ДОПОЛНЕНИЕ 3. Физические свойства тёмного периода материальной Вселенной. Современный взгляд

В современной космологии принято считать, что до 1 млрд лет после Большого взрыва длились так называемые «темные века». Атомы водорода и гелия в то время уже существовали, но еще не "слиплись" в звезды. Обнаружение светил, родившихся на 300 млн лет раньше, чем закончились «темные века», заставляет пересмотреть основные этапы жизни Вселенной. Доктор **Эндрю Банкер (Andrew Bunker)** из университета города Эксетера (Astrophysics, University of Exeter) полагает, что началом новой эпохи следует считать даже не 600, а **200-500** млн лет после **Большого взрыва**.

Приведём далее выдержку из статьи **Абрахама Лоеба (Abraham Loeb)** из Гарвардского университета (Harvard University) [20], отражающую современный взгляд на физические свойства «тёмных веков».

«Современная космология стремится воссоздать историю Вселенной. Уже проводится исследование реликтового излучения, а в следующем десятилетии NASA планирует вывести на орбиту Космический Телескоп Джеймса Уэбба (JWST), способный наблюдать ранние галактики. Но огромный промежуток времени между возникновением реликтового излучения и образованием первых звезд остается неизведанным.

***По следам ионизации.** Согласно теории **Большого взрыва**, на начальном этапе эволюции Вселенную заполняла **горячая плазма**, состоящая из хаотично перемещающихся **протонов, электронов, фотонов** и **небольшого количества других частиц**. **Электроны взаимодействовали с фотонами путем томсоновского рассеяния.**²⁰*

*Вселенная расширялась и охлаждалась. Когда температура упала до 3000 К (градусов Кельвина), **протоны и электроны** объединились, образовав электрически нейтральные **атомы водорода**. Томсоновское рассеяние прекратилось, а фотоны перестали интенсивно взаимодействовать с материей и постепенно превратились в микроволновый фон.*

Однако большая часть Вселенной все еще существует в состоянии плазмы и расположена в глубинах межгалактического пространства. Изучаемые спектры самых отдаленных и, следовательно, самых старых из известных нам квазаров, галактик и взрывов гамма-излучения указывают на то, что рассеянный космический водород был полностью ионизирован, когда Вселенной было около 1 млрд лет.

*Дальнейшие исследования показали, что реликтовое излучение немного поляризовано, а степень поляризации указывает на то, что **весь водород** был поляризован уже через несколько сотен миллионов лет после Большого взрыва.*

***Однако, когда «темная эпоха» космоса подошла к концу, атомы разделились на составляющие их протоны и электроны.** Значит, произошла **повторная ионизация**.*

*Большинство исследователей связывает этот процесс с появлением **первого поколения звезд**. Для ионизации атома водорода требуется энергия эквивалентная 13,6 эВ. Поэтому, если бы всего одна миллионная газа во Вселенной подверглась ядерному синтезу, выделилось бы достаточное количество энергии, чтобы ионизировать весь остальной газ.*

*Существует и другая версия, согласно которой вещество, поглощаемое черными дырами, испускает **ионизирующее излучение**. При этом освобождается 1016 Дж/кг, следовательно, выделения энергии одной стотысячной части космического водорода достаточно для **полной ионизации**.*

²⁰ Томсоновское (томпсоновское) рассеяние (рассеяние Томсона) — упругое (рэлеевское) рассеяние электромагнитного излучения на заряженных частицах. Электрическое и магнитное поля падающей волны ускоряют заряженную частицу.

Звезды и черные дыры рождаются в пределах галактик, поэтому повторная ионизация могла произойти только после их образования. Теоретически формирование галактик началось, когда плотность некоторых областей Вселенной увеличилась, и под действием собственной гравитации произошло «стягивание» вещества».

Авторы выражают благодарность **Борису Розину** и **Людмиле Литинской** за внимание к работе и полезные замечания.

Литература.

1. **Арансон С.Х., Жужома Е.В.** Арифметические и динамические свойства преобразований Лоренца на торе. Труды Средневолжского математического общества. Материалы Второй Международной научной школы «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». Саранск, Россия. **2005**, том 7, №1., С. 245-247.
2. **Арансон С.Х.** Глобальные задачи качественной теории динамических систем на замкнутых поверхностях: Диссертация на соискание учёной степени доктора физико-математических наук. Тбилиси, **1990**, 355 с. (рук.).
3. **Арнольд В.И.** Цепные дроби. Москва: МЦНМО, **2000**, 40 с.
4. **Арнольд В.И.** Что такое математика? Москва: МЦНМО, **2008**, 104 с.
5. **Бакельман И.Я., Вернер А.Л., Кантор Б.Е.** Введение в дифференциальную геометрию «в целом». Москва: Наука, **1973**. 440 с.
6. **Барашенков В.** Что такое пространство и время?// "ЗС"/ 6/1984.
http://www.znanie-sila.ru/projects/issue_158.html
7. **Боднар О.Я.** Геометрия филлотаксиса. Доклады Академии наук Украины, **1992**, № 9.
8. **Боднар О.Я.** Золотое сечение и неевклидова геометрия в природе и искусстве. Львов: Свит, **1994**.
9. **Бохнер С., Мартин У.Т.** Функции многих комплексных переменных. Москва: МГУ, **1951**, 300 с.
10. **Бугаенко В.О.** Уравнения Пелля. Москва: МЦНМО, **2001**, 32 с.
11. **Бухштаб А.А.** Теория чисел. Москва: Просвещение, **1966**, 384 с.
12. **Войцеховский М.И., Попов В.Л.** Тор. Математическая энциклопедия (гл. ред. Виноградов И.М). Москва: Советская энциклопедия, **1985**, Т.5, 1248 стб.
13. **Гильберт Д., Кон-Фоссен С.** Наглядная геометрия. Москва-Ленинград: ОНТИ, **1936**, 304 с.
(Электронная версия: <http://ilib.mirror1.mccme.ru/djvu/geometry/kon-fossen.htm>)
14. **Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т.** Современная геометрия: Методы и приложения. Москва, Наука, **1970**, 760 с.
15. **Дэвенпорт Г.** Высшая арифметика. Введение в теорию чисел. Москва: Наука, **1965**, 176 с.

16. **Иродов И.Е.** Основные законы механики. Москва: Высшая школа, **1985**, 248 с.
17. **Кто живет в параллельных мирах?** Астрофизики всё ближе к разгадке самой интригующей тайны мироздания: есть ли, кроме нашей, другие Вселенные? (по материалам лекции профессора **Андрея Линде**) // KP.RU /10.07.**2009**
<http://nnov.kp.ru/daily/24324/516858>
18. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** Теория поля. Москва: Наука. Серия: Теоретическая физика. Издание 6-е, **1973**, Том 2, 504 с.
19. **Линде А.Д.** Многоликая Вселенная. Третьи публичные лекции по физике, ФИАН, 10.06.**2007**//Элементы {Элементы *большой* науки}. Библиотека,
<http://www.elementy.ru/lib/430484>
20. **Лоеб А.** Тёмные века Вселенной. Астрономы пытаются заполнить пустые страницы истории Вселенной //Научно-информационный журнал «В мире науки» /гл. ред. С.П. Капица /Москва:ЗАО. Серия:Космология, **март 2007**,№ 3.
<http://www.scian.ru/2007/3/cosmology.shtml>
21. **Маделунг Э.** Математический аппарат физики. Справочное руководство. Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, **1960**, 618 с.
22. **Макарченко И.П.** Комплексная геометрия. Санкт-Петербург, **2000-2003**, 32 с.
(Электронная версия: http://winglion.ru/files/komp_geo.pdf) .
23. **Нитецки З.** Введение в дифференциальную динамику. Москва:Мир.**1975**, 304 с.
24. **Спивак М.** Математический анализ на многообразиях. Москва:Мир, **1968**,164 с.
25. **Стахов А.П., Арансон С.Х.** Золотая фибоначчьева гониометрия, преобразования Фибоначчи-Лоренца и четвертая проблема Гильберта // «Академия Тринитаризма», М., Эл.№77- 6567, публ.147816, 04.06.**2008** .
26. **Стахов А.П., Арансон С.Х.** «Золотая» фибоначчьева гониометрия, четвертая проблема Гильберта, преобразования Фибоначчи-Лоренца и «золотая» интерпретация специальной теории относительности // «Академия Тринитаризма», М. Эл.№77-6567, публ.15225, 12.04.**2009**.
27. **Стахов А., Слученкова А., Щербаков И.** Код да Винчи и ряды Фибоначчи. Санкт-Петербург: Питер, **2006**, 320 с.
28. **Стинрод Н.** Топология косых произведений. Москва:Изд-во иностранной литературы, **1953**, 274 с.
29. **Шабат Б.В.** Введение в комплексный анализ. Москва:МГУ, **1969**, 577 с.
30. **Эйнштейн А.** К электродинамике движущихся тел. Ann. d. Phys.,**1905** (рукопись поступила **30 июня 1905 г.**), b. 17, s. 89.
31. **Aranson S., Zhuzhoma E.** On arithmetical and dynamical properties of Lorenz maps of the torus. ArXiv:math. DS/0404464, 26 Apr. **2004**, Vol.1 , P. 1-14.
32. **Aranson S., Zhuzhoma E.** On arithmetical and dynamical properties of Lorenz maps of the torus. Institut de Recherche Mathematique de Rennes. France, Prepublication 04-27. April **2004**. ,P. 1-14.

33. **Aranson S.Kh., Belitsky G.R., Zhuzhoma E.V.** Introduction to the Qualitative Theory of Dynamical Systems on Surfaces. USA: American Mathematical Society. **1996**, V. 153, 325 p.
34. **Stakhov A.** The “golden” matrices and a new kind of cryptography .Chaos, Solutions Fractals, **2007**, V.32, Issue 3, P.1138-1146.
35. **Stakhov A. , Aranson S. ,** “Golden “ Fibonacci-Lorentz Transformations, and Hilbert’s Fourth Problem // Congressus Numerantium , Canada-USA, December **2008**, V.193 (CXCI), P.119-156.
36. **Stakhov A., Rozin B.** On a new class of hyperbolic function. Chaos, Solitons & Fractals, **2005**, 23(2), P.379-389.
37. **Stakhov A., Rozin B .** The Golden Shofar //Chaos, Solitons & Fractals, **2005**, Volume 26, Issue 3, Pages 677-684.
38. **Stakhov A., Rozin B..**The Golden Section, Fibonacci series, and new hyperbolic models of Nature // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.14043, 30.11.**2006**.
39. **A Stakhov, B.Rozin.**The Golden Section, Fibonacci series, and new hyperbolic models of Nature // Visual Mathematics, **2006**, Vol. 3, No. 3.

[Международный клуб золотого сечения (International Club of the Golden Section)]

АВТОРЫ:

- 1).**Стахов Алексей Петрович** (Alexey Stakhov)- 60 Jane Street,apt. 208. Bolton, Ontario Canada- L7E 2T1. E-mail : goldenmuseum@rogers.com
- 2). **Арансон Самуил Хаймович** (Samuil Aranson) - 2875 Cowley Way, apt. 1015, San Diego, CA 92110 (USA). E-mail: saranson@yahoo.com

